

Dissertação apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências no Curso de Física, Área de Física Nuclear.

**Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki**

## **DISTRIBUIÇÕES ANGULARES EM REAÇÕES DE PRÉ-EQUILÍBRIO INDUZIDAS POR NUCLEONS**

Dissertação aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Brett Vern Carlson

Orientador

Prof. Dr. Pedro Teixeira Lacava  
Pró-Reitor de Pós-Graduação

Campo Montenegro  
São José dos Campos, SP - Brasil  
2021

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Divisão de Informação e Documentação**

Yabusaki, Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira  
Distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio induzidas por nucleons / Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki.  
São José dos Campos, 2021.  
64f.

Dissertação de Mestrado – Curso de Física. Área de Física Nuclear – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2021. Orientador: Prof. Dr. Brett Vern Carlson.

1. Reações. 2. Pré-equilíbrio. 3. Monte carlo. 4. Distribuições angulares. 5. Modelos nucleares.  
I. Centro Técnico Aeroespacial. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Ciências Fundamentais. II. Título.

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

YABUSAKI, Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira. **Distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio induzidas por nucleons**. 2021. 64f. Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DA AUTORA: Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki

TÍTULO DO TRABALHO: Distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio induzidas por nucleons.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Dissertação / 2021

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta dissertação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. A autora reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização da autora.

---

Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki  
Praça Marechal Eduardo Gomes  
12.228-900 – São José dos Campos-SP

# **DISTRIBUIÇÕES ANGULARES EM REAÇÕES DE PRÉ-EQUILÍBRIO INDUZIDAS POR NUCLEONS**

**Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Manuel Máximo Bastos Malheiro de Oliveira	Presidente	-	ITA
Prof. Dr. Brett Vern Carlson	Orientador	-	ITA
Prof. Dr. Maurício Tizziani Pazianotto	Membro Interno	-	ITA
Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon	Membro Externo	-	IFUSP

**ITA**

A minha família, que independente de tudo, sempre esteve ao meu lado, e graças a eles e todos os seus esforços e criação me fizeram chegar até aqui.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente Deus, por me permitir alcançar meus objetivos, aos meus pais, Shirley e Kleber, e à minha avó materna Josecy, por nunca terem medido esforços na busca de me proporcionar condições de perseguir meus sonhos e projetos de vida. Ao meu irmão Milton Toledo, à minha tia-avó Lucilane Magnago, que fazem parte da minha vida e compõe o meu alicerce. Agradeço ao meu marido, George Hiroyoshi, onde inicialmente somente como amigo e posteriormente além de amigo também namorado e marido, que sempre esteve ao meu lado me apoiando e me incentivando, e por ter me dado o maior presente que poderia receber na vida, nossa filha Mônica Masa.

Agradeço aos amigos e colegas do ITA, Abigail de Castro, Elisa Assêncio, Estevão Alves, Rômulo Moita, Natan Coleta, Renata Fraga, Silvia Nunes, dentre outros, por todos os momentos compartilhados, as conversas regadas a café, e o apoio que me dedicaram. A minhas amigas, Naraline Bertolazi e Flaviana Siller Thebaldi que mesmo de outro estado, sempre estiveram presentes, e desde a faculdade estão presentes na minha vida, dividindo desde o pessoal até o acadêmico.

Por ordem, agradeço a todos os educadores que de alguma forma fizeram parte do meu crescimento pessoal e intelectual no decorrer da vida, principalmente a todos os meus professores da graduação, onde alguns se tornaram bons amigos, por toda paciência, apoio e conselhos que me deram no decorrer do curso. Não menos importante, aos professores do programa de Pós-Graduação em Física do ITA, que me dedicaram da mesma forma apoio e paciência no decorrer do programa, ao coordenador Prof. Dr. Manuel Malheiro por sempre estar disponível para resolver nossos problemas e principalmente ao Prof.

Dr. Brett Vern Carlson pela imensa paciência e orientação no desenvolvimento deste trabalho. Agradeço a todos os funcionários que contribuíram de alguma forma para a concretização dele. Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo apoio financeiro.

Agradeço por tudo o que vivi, o que amadureci, pelas pessoas que entraram na minha vida, e que se tornaram imensamente importantes, e agradeço também as que foram de alguma forma fundamentais para que eu chegassem aqui, e não estão mais presentes nela.

Por fim, eu dedico este trabalho a essas pessoas que tanto fizeram e continuam fazendo, por mim.

*"Se você vier me perguntar por onde andei  
No tempo em que você sonhava  
De olhos abertos lhe direi  
Amigo, eu me desesperava."*

— BELCHIOR, ANTONIO CARLOS

# Resumo

A emissão de pré-equilíbrio constitui uma parte importante das reações induzidas por nucleons em energias acima de 15 MeV. Consiste em partículas emitidas por uma ampla gama de energias, que se estendem desde o pico elástico até as energias mais altas do espectro de emissão do núcleo composto, com distribuições angulares geralmente atingindo o pico na direção dianteira. Modelos estatísticos de uma cascata de colisões intranucleares são capazes de descrever os espectros de tais emissões em energias incidentes relativamente baixas. No entanto, foi demonstrado que as hipóteses estatísticas inerentes a essa descrição perdem sua validade em energias mais altas e um modelo mais recente foi desenvolvido para simular um processo de colisão mais complexo usando o método de Monte Carlo. Este modelo foi posteriormente estendido para calcular distribuições angulares e também seções de choque duplamente diferenciais. No entanto, o modelo estendido ainda não se mostrou capaz de calcular distribuições angulares de forma confiável ao longo do intervalo esperado de energias incidentes. Aqui comparamos os modelos de Exciton e Gás de Fermi com distribuição angular de Chadwick e Obložinský com o modelo de Gás de Fermi exata, utilizando como núcleos alvos o  $^{56}\text{Fe}$  e o  $^{120}\text{Sn}$  em determinadas faixas de energia. O objetivo principal é determinar parâmetros que permitam o cálculo confiável de distribuições angulares e espectros diferenciais duplos com um ou ambos os modelos.

# Abstract

Pre-equilibrium emission constitutes an important part of nucleon-induced reactions at energies above about 15 MeV. It consists of particles emitted over a wide range of energies, extending from near the elastic peak down to the highest energies of the compound nuclear emission spectrum, with angular distributions generally peaked in the forward direction. Statistical models of a cascade of intra nuclear collisions are capable of describing the spectra of such emissions at relatively low incident energies. However, it was demonstrated that the statistical hypotheses inherent in such a description lose their validity at higher energies and a newer model was developed to simulate a more complex collision process using a Monte Carlo method. This model was later extended to calculate angular distributions and double differential cross sections as well. However, the extended model has still not proven itself capable of calculating angular distributions reliably over the range of incident energies expected. Here we compare the Exciton and Fermi Gas models with the Chadwick and Obložinský angular distribution with the exact Fermi Gas model, using as targets the nuclei  $^{56}\text{Fe}$  and the  $^{120}\text{Sn}$  at three energies. The principal objective is to determine parameters that permit the reliable calculation of angular distributions and double-differential spectra with one or both of the models.

# Listas de Figuras

FIGURA 1.1 – Espectro de energia de uma reação A(a,b)B com energia incidente de várias dezenas de MeV. As distribuições angulares associadas mostram uma transição gradual para isotropia com a diminuição da energia de saída. . . . .	17
FIGURA 1.2 – Formação do núcleo pré-composto através da incidência de uma partícula carregada em um núcleo alvo. . . . .	18
FIGURA 2.1 – Possíveis interações da partícula incidente com o núcleo alvo e suas derivações. . . . .	23
FIGURA 5.1 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	41
FIGURA 5.2 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	42
FIGURA 5.3 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	42
FIGURA 5.4 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	43
FIGURA 5.5 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	43
FIGURA 5.6 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ <sup>56</sup> Fe. . . . .	44
FIGURA 5.7 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ <sup>120</sup> Sn. . . . .	45
FIGURA 5.8 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ <sup>120</sup> Sn. . . . .	45
FIGURA 5.9 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ <sup>120</sup> Sn. . . . .	46
FIGURA 5.10 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ <sup>120</sup> Sn. . . . .	46

- 
- FIGURA 5.11 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{120}Sn$ . 47
- FIGURA 5.12 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{120}Sn$ . 47
- FIGURA 5.13 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ $^{56}Fe$ . 48
- FIGURA 5.14 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ $^{56}Fe$ . 49
- FIGURA 5.15 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 49
- FIGURA 5.16 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 50
- FIGURA 5.17 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{56}Fe$ . 50
- FIGURA 5.18 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{56}Fe$ . 51
- FIGURA 5.19 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ $^{120}Sn$ . 51
- FIGURA 5.20 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+ $^{120}Sn$ . 52
- FIGURA 5.21 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ $^{120}Sn$ . 52
- FIGURA 5.22 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(60MeV)+ $^{120}Sn$ . 53
- FIGURA 5.23 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{120}Sn$ . 53
- FIGURA 5.24 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(100MeV)+ $^{120}Sn$ . 54
- FIGURA 5.25 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 54
- FIGURA 5.26 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 55
- FIGURA 5.27 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{120}Sn$ : 55
- FIGURA 5.28 –Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{120}Sn$ : 56
- FIGURA 5.29 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 56
- FIGURA 5.30 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{56}Fe$ . 57
- FIGURA 5.31 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{120}Sn$ . 57
- FIGURA 5.32 –Espectros de prótons emitidos por reações do tipo n(60MeV)+ $^{120}Sn$ . 58

# **Lista de Abreviaturas e Siglas**

MC	Monte Carlo
ME	Modelo de Exciton
MH	Modelo Híbrido
HMS	Modelo Híbrido Monte Carlo
DDHMS	Double Differential Hybrid Monte Carlo Simulation
KM	Kalbach - Mann
HMB	Harp, Miller e Berne

# Listas de Símbolos

$n$	número de excitons
$p$	número de partículas
$h$	número de buracos
$g$	densidade de estados de partícula única
$\mu$	massa reduzida do núcleo pré-composto
$\Omega$	direção da partícula emitida
$\epsilon_f$	energia de Fermi
$\epsilon_{av}$	energia média do exciton
$\sigma$	Cut off momentum (momento de corte)

# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	16
1.1	Motivação . . . . .	16
1.2	Organização do Trabalho . . . . .	20
2	MODELOS NUCLEARES DE PRÉ-EQUILÍBRIO . . . . .	21
2.1	Modelo HMS . . . . .	22
3	DISTRIBUIÇÕES ANGULARES . . . . .	25
3.1	Sistemática de Kalbach-Mann . . . . .	26
3.2	Sistemática de Kalbach . . . . .	27
3.3	Chadwick e Obložinsky . . . . .	29
3.3.1	DDHMS . . . . .	31
4	TAXAS DE TRANSIÇÕES E APLICAÇÃO COMPUTACIONAL . . . . .	33
4.1	Taxas de Transição de estados . . . . .	33
4.2	Aplicação Computacional . . . . .	38
5	CÁLCULOS E DISCUSSÕES . . . . .	40
6	CONCLUSÃO . . . . .	59

REFERÊNCIAS . . . . .	61
APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÃO ANGULAR NA SISTEMÁTICA DE KALBACH . . . . .	63

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

Reações nucleares a relativamente baixas energias são usualmente classificadas como reações do tipo “*diretas*”, com tempo de reação da ordem de  $10^{-23}s$ , e reações de “*núcleo composto*” onde temos um tempo de reação mais longo, da ordem de  $10^{-18}s$ . Entre elas temos, com um tempo de ocorrência intermediário, as reações de “*pré-equilíbrio*”. Além do tempo de ocorrência, há outros fatores que diferenciam os processos acima. Cada processo excita preferencialmente certas partes do espectro nuclear e é caracterizado por diferentes tipos de distribuições angulares, como podemos visualizar na figura 1.1, onde MSC refere-se à “*multistep compound*” e MSD “*multistep direct*” (CLINE; BLANN, 1971; HUSSEIN, 1985; KONING; AKKERMANS, 1999).

As reações “*diretas*”, ocorrem predominantemente na faixa de energia de excitação abaixo de 10 MeV. Seu processo consiste em uma breve interação entre a partícula incidente e o núcleo alvo. Em geral a partícula incidente interage apenas com os nucleons da superfície do núcleo alvo, onde a densidade de nucleons é mais baixa (BERMEJO; SORDO, 2013). Essa interação possibilita haver troca de energia ou partículas, viabilizando a ocorrência do espalhamento elástico ou inelástico. No primeiro, o nucleon incidido se choca com o núcleo alvo e é espalhado sem excita-lo, no segundo, o núcleo é excitado.

Nas reações de “*núcleo composto*” a interação do nucleon com o núcleo alvo consiste na absorção do nucleon, formando assim o núcleo pré-composto. No núcleo pré-composto a

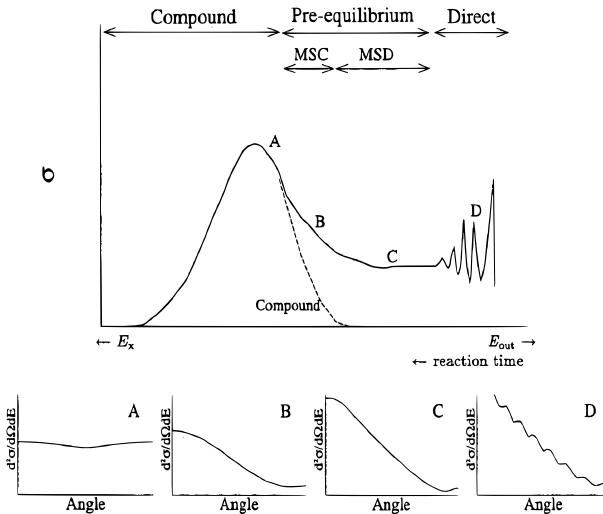


FIGURA 1.1 – Espectro de energia de uma reação A(a,b)B com energia incidente de várias dezenas de MeV. As distribuições angulares associadas mostram uma transição gradual para isotropia com a diminuição da energia de saída.

energia cinética da partícula incidente é distribuída igualmente por todos os nucleons que compõe o núcleo alvo. Somente após o equilíbrio interno estabelecido, o núcleo desexcitaria através da emissão de nucleons e raios  $\gamma$ .

Por sua vez, as reações de “pré-equilíbrio”, são caracterizadas pela emissão de nucleons e raios  $\gamma$  antes do equilíbrio estatístico interno alcançado. Tais emissões são possíveis dada a existência de partículas de altas energias, resultado da distribuição da energia cinética da partícula incidente apenas entre alguns graus de liberdade. As reações de pré-equilíbrio são descritas principalmente por dois modelos semi-clássicos, o *Modelo de Exciton* (ME), proposto por Griffin (GRIFFIN, 1966), seguido do *Modelo Híbrido* (MH), proposto por Blann (BLANN, 1971).

O ME, tem por objetivo descrever e calcular a probabilidade de decaimento do núcleo em cada estágio do processo até o equilíbrio ser alcançado, assim como a formação do núcleo composto final. Cada estado do processo de decaimento, é classificado de acordo com o número de excitons, que o modelo define como o conjunto de partículas e buracos do sistema. Partículas, são definidas como aquelas que possuem energia superior a energia de Fermi. Já os buracos são definidos como os estados não ocupados, abaixo da energia de Fermi.

A energia de Fermi por sua vez, é definida como uma energia entre o primeiro estado

não ocupado e o último estado ocupado do núcleo. Após absorção de uma partícula a energia de Fermi é redefinida utilizando os mesmos critérios.

O ME descreve a reação de pré-equilíbrio como uma sequência de reações, onde temos que o produto de uma reação entre nucleons se torna o reagente da próxima reação, decompondo assim o núcleo pré-composto até que o mesmo alcance o equilíbrio estatístico. No entanto, o modelo apresenta algumas limitações que foram sanadas, com a introdução de certos requintes. Em 1971, proposto por Cline e Blan (CLINE; BLANN, 1971), a possibilidade de emissão de partícula carregada e a inserção da *Equação Mestre de Pauli*, proporcionaram uma melhor descrição da evolução temporal no caminho ao equilíbrio. Posteriormente Williams Jr. em 1986 (WILLIAMS, 1971), propôs fatores de correção, fazendo com que o cálculo das densidades de níveis estivesse em concordância com o princípio de exclusão de Pauli.

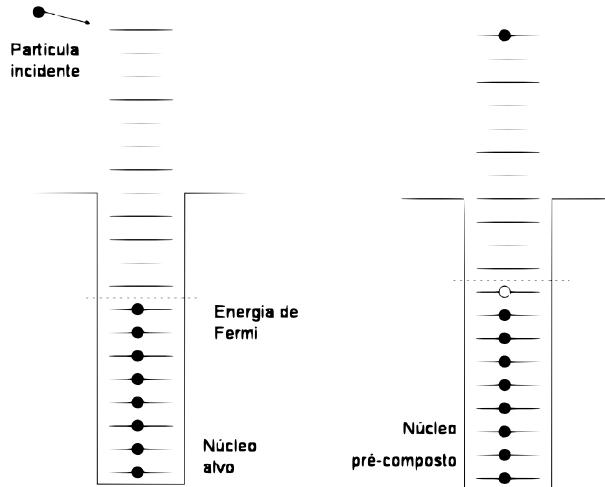


FIGURA 1.2 – Formação do núcleo pré-composto através da incidência de uma partícula carregada em um núcleo alvo.

Além do ME, outro modelo semi-clássico muito utilizado para a descrição das reações de pré-equilíbrio é o MH, resultado da combinação de outros dois modelos, o já discutido, ME de Griffin, e o modelo proposto por Harp, Miller e Berne em 1968 (HARP *et al.*, 1968). Sua estrutura se assemelha ao modelo de Griffin, tendo suas divergências fundamentadas nas hipóteses do processo de equilíbrio do núcleo e nas transições e emissões de partículas, sendo estas baseadas no trabalho de Harp, Miller e Berne (HMB).

Por outro lado, em 1981, motivada pela ausência de uma teoria e um modelo consistente acerca das propriedades das distribuições angulares, Kalbach em conjunto com Mann, desenvolveram a primeira sistemática baseada em um estudo fenomenológico. Suas descrições eram realizadas através da análise de medições experimentais de reações induzidas por nucleons. Esse estudo ficou conhecido como *Sistemática de Kalbach-Mann* (KALBACH; MANN, 1981), mais tarde Kalbach estenderia ao modelo para a *Sistemática de Kalbach*, (KALBACH, 1988).

Já em 1996, com o objetivo de sanar limitações e inconsistências de modelos anteriores, Blann (BLANN, 1996), propôs um modelo alternativo, chamado de modelo híbrido de simulação de Monte Carlo (HMS) que apesar do nome sugestivo, não se trata de um requinte proposto ao MH. O HMS, usa as taxas básicas de emissão e transição do modelo híbrido, contudo não faz suposições sobre o equilíbrio estatístico dos buracos e partículas excitadas. Em contrapartida, cada um deles é tratado como uma excitação independente, com múltiplas emissões e espalhamentos usando como ferramenta o método de Monte Carlo.

Anos depois, em 1998, Blann e Chadwick (BLANN; CHADWICK, 1998), generalizaram o modelo ao incluir o cálculo da seção de choque duplo diferencial e distribuições angulares baseadas no trabalho de Chadwick e Obložinský (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1992; CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994), surgindo assim o DDHMS (Modelo Híbrido duplo diferencial de Monte Carlo).

A presente dissertação de mestrado propõe a comparação entre os cálculos das distribuições angulares realizados pelo modelo DDHMS através de cálculos computacionais realizados com o algoritmo de Carlson e Mega (MEGA; CARLSON, 2012), e os que utilizam o cálculo de Chadwick e Obložinský, buscando determinar parâmetros confiáveis para o cálculo.

## 1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em 6 capítulos, sendo o primeiro a própria introdução. No segundo capítulo discutiremos acerca dos modelos nucleares que descrevem as reações de pré-equilíbrio, seguido do capítulo onde abordaremos as distribuições angulares. Ainda no terceiro capítulo será apresentado o modelo DDHMS. No quarto capítulo apresentaremos as distribuições angulares e taxas de transição de estados. No quinto capítulo teremos os cálculos e discussões, onde apresentaremos os dados utilizados para a comparação entre os modelos descritos nos capítulos anteriores e por último, no sexto capítulo, exporemos as conclusões do trabalho assim como possíveis desdobramentos para pesquisas futuras.

## 2 Modelos nucleares de pré-equilíbrio

Os modelos semi-clássicos como o ME e o MH, apesar de descreverem de forma clara os processos que compõe as reações de pré-equilíbrio, resultaram em descrições não satisfatórias das distribuições angulares, devido a negligência nas considerações de momento linear, assim como outras suposições que compõe a base teórica dos modelos.

O ME, formulado por Griffin (GRIFFIN, 1966) e posteriormente aperfeiçoado por Cline e Blann (CLINE; BLANN, 1971), assume o alcance do equilíbrio entre alvo e projétil, obtido através de uma sucessão de interações de dois corpos. Essas interações, por sua vez, também são responsáveis pelas transições entre estados. Para o ME, um exciton poderá somente criar/aniquilar ou emitir partículas, após alcançado o equilíbrio entre as configurações de mesmo número de excitons, definido pelo modelo como conjunto de partículas e buracos que compõe o sistema.

O modelo ainda supõe estatisticamente que cada partição de energia para um determinado exciton ocorreria com igual probabilidade a priori durante o processo de equilíbrio. (GADIOLI; Gadioli Erba, 1977; MÄDLER; REIF, 1980).

Já o MH, proposto por Blann (BLANN, 1971), une as premissas básicas do ME para a descrição dos estados intermediários, com a descrição de emissão e equilíbrio do modelo Harp, Miller e Berne (HARP *et al.*, 1968). Para o MH assim que o núcleo pré-composto é formado, todos os *excitons*, buracos e partículas, podem interagir entre si, criando ou aniquilando pares, assim como, emitindo partículas. Já nas taxas de transições, o MH considera apenas as transições possíveis do exciton em questão, ou seja, não dependente de nenhum outro exciton. Em contrapartida, o ME considera todas as possibilidades de

todos os excitons sofrerem qualquer transição possível.

No entanto, apesar dos modelos descritos acima não possuírem cálculos específicos para distribuições angulares, uma abordagem baseado no núcleo de dispersão núcleo-núcleo de Kikichi-Kawai em gás de Fermi, teve ampla utilização. A abordagem adota os espectros integrados à ângulos, para a obtenção de distribuições angulares.

Todavia, após severas críticas feitas por Bisplinghoff (BISPLINGHOFF, 1986) acerca das hipóteses estatísticas adotadas pelos modelos anteriores de pré-equilíbrio, além do objetivo de reduzir outras inconsistências, Blann em 1996, (BLANN, 1996), propôs um modelo Híbrido alternativo, chamado de Modelo Híbrido Monte Carlo (HMS). Esse novo modelo contrariamente ao ME e o MH, não fazia suposições quanto ao equilíbrio estatístico das partículas e buracos excitados. O HMS recorre ao método Monte Carlo de simulação como principal ferramenta para o cálculo das emissões de pré-equilíbrio.

## 2.1 Modelo HMS

O HMS apesar de usar as taxas de emissão e transição do modelo Híbrido, como citado anteriormente, não faz suposições sobre o equilíbrio estatístico dos buracos e das partículas excitadas. Utiliza-se apenas as densidades disponíveis para a criação e decaimento de pares.

Através de simulações numéricas, adotando as configurações de conservação de energia e momento, além de taxas de transição, constatou-se que o HMS proporciona uma descrição mais fiel para as reações de pré-equilíbrio, se comparada aos resultados obtidos com os modelos anteriores.

O HMS, bem como o MH, negligencia todas as transições entre configurações da mesma classe de excitons. Desta forma, as energias de excitação são bem definidas, sendo alteradas apenas quando uma partícula/buraco participa de uma colisão subsequente ou quando uma partícula é emitida (POMPEIA; CARLSON, 2006). Uma vantagem adicional do modelo HMS em comparação com os modelos anteriores é que ele permite facilmente várias

emissões do núcleo pré-composto (MEGA; CARLSON, 2012).

Além de supor que as interações entre as configurações de  $n + 1$  com  $n$  buracos, seja forte o suficiente para que os estados alcancem o equilíbrio antes que outra transição ocorra, o HMS também despreza qualquer interação entre partículas e buracos de cada configuração.

Do mesmo modo que seus predecessores, ME e MH, o HMS trata o núcleo como um gás de Fermi, no qual os nucleons estão distribuídos em níveis de partícula única dentro de um poço potencial finito.

O modelo consiste essencialmente em uma partícula com energia  $E_0$  interagindo com o núcleo alvo, resultando assim na formação do núcleo pré-composto. Em cada etapa da cascata, o modelo HMS escolhe entre emissão e criação de um par  $p$ (particle) –  $h$ (hole), baseando-se apenas nas taxas de emissão e transição do estado de partícula única, como podemos visualizar na figura 2.1. O modelo não compara as taxas relativas de emissão ou transição de diferentes partículas e buracos.

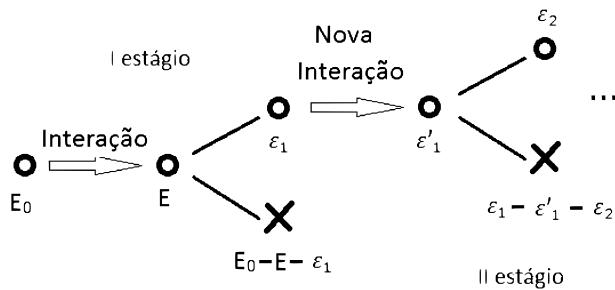


FIGURA 2.1 – Possíveis interações da partícula incidente com o núcleo alvo e suas derivações.

Em uma reação do tipo  $1p \rightarrow 2p1h$ , uma partícula com energia  $E_0$  incide sobre um núcleo alvo figura 2.1. Como resultado dessa interação, haverá a criação de um par  $p-h$ . Após a colisão, a energia inicial definida  $\varepsilon_1$ , é distribuída entre as duas partículas e o buraco. Cada partícula, poderá escapar, ser emitida, ou produzir um novo par  $p-h$ , enquanto o buraco poderá apenas produzir um novo par  $p-h$ . Supondo que um novo par ( $p-h$ ) seja produzido, novamente teremos a distribuição da energia e momento entre as duas partículas e o buraco residuais. Novamente, as partículas podem escapar enquanto todos os três excitons podem criar outro par. Esse processo se perpetuará até que não haja

energia para a criação de um novo par ou emissão de partículas. Alcançado o esgotamento das possibilidades o núcleo terá atingido o equilíbrio, formando assim o núcleo composto.

A aplicação do método de Monte Carlo consiste no emprego de uma tabela contendo as probabilidades de transições para os possíveis intervalos de energia  $\Delta E$ . A mesma nos fornecerá o peso adequado para o cálculo da probabilidade da energia da primeira partícula gerada após a colisão ( $\varepsilon_1$ ), de maneira que a energia de excitação seja dividida entre as energias finais.

Mais adiante, embasado no trabalho de Chadwick e Obložinský, (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1992; CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994), como resultado da colaboração entre Blann e Chadwick foi feita uma extensão do modelo HMS, através da inserção da seção de choque dupla diferencial, originando dessa forma o modelo DDHMS.

### 3 Distribuições Angulares

Como vimos no capítulo anterior, apesar do grande sucesso dos modelos semi-clássicos, ME e MH, na descrição das etapas de reações de pré-equilíbrio, a descrição de efeitos angulares não era algo intrínseco à esses modelos, não permitindo assim uma descrição das propriedades sistemáticas das distribuições angulares.

Uma das primeiras aplicações da densidade de estados de momento linear foi o cálculo das distribuições angulares de partículas emitidas em reações de pré-equilíbrio. As densidades com momento linear foram introduzidas no cálculo das distribuições angulares de reações induzidas por nucleons por Mädler e Reif em 1980 (MÄDLER; REIF, 1980). O cálculo era realizado utilizando o método de aproximação de ponto de sela em uma função partição. Contudo este método se mostrou preciso apenas para um grande número de partículas e buracos, o que tornou o método inadequado para o cálculo em reações nucleares, além das dificuldades numéricas intrínsecas à resolução do ponto de sela.

A busca por resultados que se mostrassem fiéis e satisfatórios levaram, em 1994, Chadwick e Obložinský publicarem um trabalho (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994), onde demonstraram que a conservação do momento linear é ferramenta fundamental na descrição das distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio.

Anteriormente, Kalbach e Mann deram início ao desenvolvimento de uma sistemática fenomenológica, buscando sanar as limitações na descrição das propriedades gerais das distribuições angulares. Inicialmente a sistemática, nomeada de Sistemática de Kalbach-Mann, surgiu através do estudo de uma ampla variedade de distribuições angulares experimentais, seguida de uma conveniente parametrização (KALBACH; MANN, 1981).

Embora bem-sucedida na reprodução de dados em uma ampla variedade de aplicações ao longo dos anos, a Sistemática de KM apresentou problemas para energias de emissão altas e muito baixas, o que levou Kalbach aperfeiçoar a sistemática sanando as limitações determinadas. Surgiu desta forma a Sistemática de Kalbach (KALBACH, 1988).

### 3.1 Sistemática de Kalbach-Mann

A sistemática inicial, proposta por Kalbach e Mann em 1981, descreve as formas das distribuições angulares para reações com energia incidentes de até 80 MeV e energias de emissão de até 60 MeV. Possui dependência angular da seção de choque determinada de acordo com a energia da partícula emitida, sendo independente da energia de incidência, a natureza da partícula incidente e o núcleo alvo.

Matematicamente, as distribuições angulares na sistemática de Kalbach-Mann são descritas em termos de polinômios de Legendre até a ordem 6. Todos os polinômios contribuem para o componente direto de várias etapas, enquanto apenas polinômios de ordem par são usados para processos compostos de várias etapas. Supõe-se que a seção de choque integrada em ângulo e a fração que é direta em várias etapas são conhecidas a partir dos cálculos de pré-equilíbrio ou experimentalmente.

O trabalho original utilizou a energia cinética total,  $\epsilon_b$ , como o parâmetro de energia pertinente. Contudo novos parâmetros foram introduzidos, mostrando-se mais satisfatórios,  $e_b = \epsilon_b + B_b$  e  $\epsilon_b + B_b - B_a$ , onde  $B_b$  é a energia de ligação empírica da partícula emitida do núcleo composto e  $B_a$  é a energia de ligação do projétil. Os coeficientes polinomiais reduzidos e, de fato, as distribuições angulares calculadas são independentes do alvo, do projétil e da partícula emitida para todas as reações induzidas.

O limite superior de energia dessas sistemáticas ocorre com energias de emissão em torno de 60 MeV. A seção de choque experimental cai em mais de 2 ordens de grandeza entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , e os polinômios de Legendre não fornecem uma curva suave em ângulos traseiros nestas energias.

Além disso, para energias maiores ou iguais a 90 MeV, detectou-se a dificuldade de reproduzir os dados de distribuições angulares, pois de acordo com a parametrização escolhida, implicaria em um número infinito de polinômios. No outro extremo, para energias muito baixas, abaixo de 10 MeV, a sistemática não previu a isotropia das distribuições angulares quando a energia de emissão tende a zero.

## 3.2 Sistemática de Kalbach

Com o objetivo de sanar as incosistências nos extremos das energias de emissão da sistemática anterior, Kalbach em 1988 (KALBACH, 1988), propôs modificações nas parametrizações utilizadas, surgindo assim a Sistemática de Kalbach.

Na sistemática de KM utilizava-se os polinômios de Legendre até a ordem 6 como parametrização. Para substituí-la, Kalbach inseriu um termo de decaimento exponencial dependente do ângulo. Foi escolhida uma exponencial em  $\cos \theta$ , uma vez que a mesma produz uma suave redução da seção de choque diferencial entre os ângulos de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ , e  $\sin \theta d\theta = d \cos \theta$ .

Desta forma, a expressão utilizada por Kalbach para a descrição das distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio é dada por,

$$\frac{d^2\sigma_n(\epsilon, \Omega)}{d\epsilon d\Omega} = \frac{d\sigma_n(\epsilon)}{d\epsilon} \frac{1}{4\pi} \frac{2a_n}{e^{a_n} - e^{-a_n}} \exp(a_n \cos \theta), \quad (3.1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de emissão em relação ao projétil,  $d\sigma/d\epsilon$  é a seção de choque do ME de  $n$  excitons integrada em ângulo e  $a_n$  por sua vez é definido por,

$$a_n = \frac{3K\kappa_\Omega}{2nm\epsilon_{av}}, \quad (3.2)$$

sendo  $K$  o momento total,  $\kappa_\Omega$  o momento da partícula que pode ser emitida,  $n$  o número total de excitons ( $n = p + h$ ) e  $\epsilon_{av}$  a energia média definido por

$$\epsilon_{av} = \frac{2p(p+1)}{ng} \frac{\rho(p+1, h, \bar{E})}{\rho(p, h, \bar{E})} - \frac{\bar{E}}{n} + \epsilon_f \quad (3.3)$$

onde  $\bar{E} = E - (p-h)\epsilon_f$ . Para o caso específico da reação do tipo  $1p \rightarrow 2p1h$ , a equação se torna

$$\epsilon_{av} = \frac{2p(p+1)}{ng} \frac{\rho(2, 1, \bar{E})}{\rho(1, 1, \bar{E})} - \frac{\bar{E}}{n} + \epsilon_f, \quad (3.4)$$

onde as densidades de estado por sua vez são determinadas através da expressão

$$\rho(p, h, \bar{E}) = \frac{g^n}{p!h!(n-1)!} \sum_{j=0}^h (-1)^j \binom{h}{j} (\bar{E} - A_{ph} - j\epsilon_f)^{n-1} \theta(\bar{E} - A_{ph} - j\epsilon_f), \quad (3.5)$$

sendo  $A_{ph}$  o termo de correção de Pauli

$$A_{ph} = \frac{p^2 + h^2 + p - 3h}{4g}, \quad (3.6)$$

com  $g \approx \frac{A}{15}$  e  $A$  a massa do núcleo.

No Apêndice A.1, encontra-se os cálculos das densidades de estados (3.7) e (3.8) de forma explícita, para a reação do tipo  $1p \rightarrow 2p1h$ . Como resultado destes cálculos chegamos as seguintes igualdades

$$\rho(1, 1, \bar{E}) = g^2 \bar{E}, \quad (3.7)$$

$$\rho(2, 1, \bar{E}) = \frac{g^3}{4} \left( \bar{E} - \frac{1}{g} \right)^2. \quad (3.8)$$

Usando as igualdades acima para o cálculo da energia média, chegaremos na seguinte expressão

$$\epsilon_{av} = \frac{2p(p+1)}{ng} \frac{g}{4\bar{E}} \left( \bar{E} - \frac{1}{g} \right)^2 - \frac{\bar{E}}{3} + \epsilon_f, \quad (3.9)$$

para  $n = 3$ ;

$$a_3 = \frac{K\kappa_\Omega}{2m} \frac{1}{\epsilon_{av}}. \quad (3.10)$$

As expressões anteriores foram utilizadas na construção de uma subrotina no algoritmo desenvovido por Carlson e Mega (CARLSON; MEGA, 2012), para a realização do cálculo das distribuições angulares, através do método de Monte Carlo, com o objetivo de comparar os resultados finais nos modelos estudados.

### 3.3 Chadwick e Obložinsky

De acordo com o trabalho de Chadwick e Obložinsky (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994), através da conservação de momento linear, podemos obter a taxa de emissão de partículas com energia  $\epsilon$  e na direção  $\Omega$ , por meio da expressão

$$\frac{d^2\lambda}{d\epsilon d\Omega} = \frac{2\mu\epsilon\sigma_{inv}}{4\pi^3\hbar^3} \frac{\omega(p-1, h, E-\epsilon_\Omega, K-\kappa_\Omega)}{\omega(p, h, E, K)}, \quad (3.11)$$

onde  $p_r$  e  $h_r$  são o número de partículas e buracos residuais do núcleo, respectivamente,  $\sigma_{inv}$  é a seção de choque para o processo inverso e  $\mu$  é a massa reduzida da partícula. Já  $E$  e  $K$  são a energia e o momento antes da emissão. A energia residual e o momento após a emissão são dados respectivamente por  $E-\epsilon_\Omega$  e  $K-\kappa_\Omega$ , onde temos que  $\epsilon_\Omega = \epsilon + B_{em} + \epsilon_f$ , sendo  $B_{em}$  a energia de emissão da partícula e  $\epsilon_f$  a energia de Fermi, e por sua vez  $|\kappa_\Omega| = \sqrt{(2\mu\epsilon_\Omega)}$ . Durante a reação de pré-equilíbrio, o modelo pressupõe que os estados das partículas e buracos possam ser ocupados, desde que a conservação da energia e momento sejam satisfeitas.

A densidade de estados com o momento linear, por sua vez, pode ser expressa como o produto de uma função linear de distribuição de momento  $M(p, h, E, K)$  e densidade de

estados no espaço das energias  $\omega(p, h, E)$

$$\omega(p, h, E, K) = \omega(p, h, E)M(p, h, E, K), \quad (3.12)$$

em analogia a partição usual da densidade de estados de momento angular. A densidade total  $\omega(p, h, E, K)$  produz a densidade de estados dependente da energia se integrada sobre todos os momentos

$$\int \omega(p, h, E, K)4\pi^2 K^2 dK = \omega(p, h, E). \quad (3.13)$$

O momento individual das partículas é orientado em direções aleatórias, e a densidade de estados com momento linear leva em consideração todas as configurações que somam a energia total e o momento total. O Teorema Central do Limite implica que o conjunto das somas dos momentos das partículas e buracos produzem uma distribuição de momento total que é aproximadamente uma Gaussiana, descrita pela função abaixo:

$$M(p, h, E, K) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma^3} \exp(-K^2/2\sigma^2), \quad (3.14)$$

onde  $\sigma$  é o *cut off momentum* (momento de corte), que dá a largura da distribuição. O cutoff momentum pode ser obtido considerando-se o valor do quadrático médio das projeções do momento do exciton na direção de K em um núcleo de gás Fermi

$$\sigma^2 = n \left( \frac{2m\epsilon_{av}}{3} \right), \quad (3.15)$$

onde  $m$  é a massa do núcleo e  $\epsilon_{av}$  é a energia média do exciton em relação ao fundo do poço nuclear.

Essa Gaussiana se mostra extremamente satisfatória para cálculos de distribuições com grande número de partículas, contudo, foi demonstrado que esta mesma solução gaussiana descreve com precisão a distribuição do momento mesmo quando o número de partículas é pequeno ( $> 2$ ). Para casos onde a energia de excitação é menor que a energia de Fermi,

e  $p \approx h$ , então temos que  $\epsilon_{av} \approx \epsilon_f$  (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994). Mas para o caso do modelo equidistante de partícula única, temos então

$$\epsilon_{av} = \frac{2p(p+1)}{ng} \frac{\omega(p+1, h, \bar{E})}{\omega(p, h, \bar{E})} - \frac{\bar{E}}{n} + \epsilon_f, \quad (3.16)$$

onde  $\bar{E} = E - (p - h)\epsilon_f$ , é a energia de excitação relativa ao nível de Fermi.

Considerando a distribuição de momento linear e aplicando a conservação de momento, teremos a distribuição angular de uma partícula emitida de um estado de  $n$  éxcitons,

$$G_n(K, \kappa, \theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{2a_n}{e^{a_n} - e^{-a_n}} \exp(a_n \cos \theta), \quad (3.17)$$

onde

$$a_n = \frac{3K\kappa}{2nm\epsilon_{av}}, \quad (3.18)$$

sendo  $K$  é o momento total do estado,  $\kappa$  o momento do núcleo emitido,  $n$  o número de éxcitons antes da emissão,  $m$  a massa do núcleo e  $\epsilon_{av}$  a excitação média. Essas fórmulas são utilizadas para descrever as direções das partículas pós-colisões.

Por fim, essas fórmulas são aplicadas em uma abordagem computacional, adotando como ferramenta o método Monte Carlo, que nos permite determinar através de um sistema de sorteio de números aleatórios, as distribuições angulares e as correlações de partículas emitidas através dos processos de múltiplas emissões.

### 3.3.1 DDHMS

O modelo HMS foi posteriormente extendido por Blann e Chadwick (BLANN; CHADWICK, 1998), para o modelo HMS duplo diferencial. Extensão essa, fundamentada no trabalho de Chadwick e Obložinský (CHADWICK; OBLOŽINSKÝ, 1994), que insere a conservação de momento linear como principal ingrediente para a descrição das distribuições angula-

res, que era facilmente calculada através da combinação das densidades de estado com a conservação de momento.

O modelo consiste em calcular os espectros de emissão dupla diferencial, por meio de um processo que podemos dividir em etapas. Primeiramente, obtemos a configuração de espalhamento do nucleon de entrada, seguido das energias dos nucleons espalhados, já em um terceiro momento obtemos os ângulos de espalhamento e, por final, deve-se decidir se o nucleon incidente sobre o núcleo será emitido, re-espalhado ou confinado. Para o caso do nucleon ser re-espalhado, um novo par  $p-h$  é criado. Contudo se houver confinamento, o nucleon será absorvido pelo núcleo alvo e sua energia passará a pertencer ao núcleo composto final.

# 4 Taxas de Transições e Aplicação Computacional

## 4.1 Taxas de Transição de estados

Baseado nos trabalho de Kikuchi-Kawai e Carlson e Mega(KIKUCHI; KAWAI, 1968; MEGA; CARLSON, 2012), para calcularmos a distribuição dos momentos finais das partículas de uma reação do tipo  $1p \rightarrow 2p1h$ , utilizaremos o cálculo das densidades de transição dada pela expressão abaixo:

$$\rho_{1p \rightarrow 2p1h} = \frac{aV^2}{(2\pi\hbar)^6} \int \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \times \theta(p_{F2} - |\vec{p}_2|) d^3p_2 \theta(|\vec{p}_3| - p_{F1}) d^3p_3 \theta(|\vec{p}_4| - p_{F2}) d^3p_4. \quad (4.1)$$

Os índices 1 e 3 referem-se respectivamente à partícula incidente antes e após da colisão. Já os índices 2 e 4 referem-se a partícula do núcleo (buraco final) antes e após a colisão, onde cada partícula pode possuir um momento de Fermi diferente. Por sua vez,  $a$  é um fator de simetria , com valor 1 para partículas distintas e  $1/2$  para partículas idênticas, e  $V$  é o volume. É importante frisar que a equação já possui implicitamente a conservação de momento e energia, que por sua vez, são verificadas pelas seguintes igualdades

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 \\ E_1 + E_2 = E_3 + E_4. \end{cases} \quad (4.2)$$

As limitações dos momentos das partículas e buracos, são fornecidas através das relações entre as partículas. Relaciona-se a partícula incidente 1 com a partícula final 3, e a partícula incidente 2 (buraco final) com a partícula final 4, dando a cada par seu próprio momento de Fermi ( $p_F$ ). Dessa forma temos

$$|\vec{p}_1| \geq p_{F1}, \quad |\vec{p}_2| \leq p_{F2}, \quad |\vec{p}_3| \geq p_{F1}, \quad |\vec{p}_4| \geq p_{F2}, \quad (4.3)$$

onde as relações entre  $p_1$  com  $p_{F1}$  e  $p_2$  com  $p_{F2}$ , são as limitações dos momentos antes da reação, e as relações entre  $p_3$  com  $p_{F1}$  e  $p_4$  com  $p_{F2}$  são as limitações depois da reação.

Para calcular a densidade de transição, reescrevemos em termos de variáveis que simplificam as integrações. Começamos observando que o momento  $p_1$  e  $p_2$  pode ser escrito como

$$\vec{p}_{10} = U_{(\phi_{12})} \frac{p_1}{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|} \begin{bmatrix} -p_2 \sin \theta_{12} \\ 0 \\ p_1 + p_2 \cos \theta_{12} \end{bmatrix} e \quad \vec{p}_{20} = U_{(\phi_{12})} \frac{p_2}{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|} \begin{bmatrix} p_1 \sin \theta_{12} \\ 0 \\ p_2 + p_1 \cos \theta_{12} \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

de modo que sua soma é reduzida a um único componente ao longo do novo eixo z, dado por,

$$\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ |\vec{p}_1 + \vec{p}_2| \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde  $U_{(\phi_{12})}$  é uma rotação arbitrária sob o eixo z.

Nós os usamos como guias para definir  $\vec{p}_3$  e  $\vec{p}_4$  no quadro em que sua soma é reduzida um único componente como

$$\vec{p}_{30} = U_{(\phi_{34})} \frac{p_3}{|\vec{p}_3 + \vec{p}_4|} \begin{bmatrix} -p_4 \sin \theta_{34} \\ 0 \\ p_3 + p_4 \cos \theta_{34} \end{bmatrix} \quad e \quad \vec{p}_{40} = U_{(\phi_{34})} \frac{p_4}{|\vec{p}_3 + \vec{p}_4|} \begin{bmatrix} p_3 \sin \theta_{34} \\ 0 \\ p_4 + p_3 \cos \theta_{34} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

reduzindo a um único componente, temos que

$$\vec{p}_{30} + \vec{p}_{40} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ |\vec{p}_3 + \vec{p}_4| \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

onde  $U_{\phi_{34}}$  também é uma rotação arbitrária em torno do eixo z.

Como a orientação de  $\vec{p}_3 + \vec{p}_4$  em relação para  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$  é arbitrária, podemos escrever sua forma geral como

$$\vec{p}_3 = U_{(\theta_x, \phi_x)} \vec{p}_{30} \quad e \quad \vec{p}_4 = U_{(\theta_x, \phi_x)} \vec{p}_{40}, \quad (4.8)$$

onde  $U_{(\theta_x, \phi_x)}$  é um rotação geral. Assim podemos ver que

$$d^3 p_3 d^3 p_4 = p_3^2 dp_3 p_4^2 dp_4 \ dc \theta_{34} \ d\phi_{34} \ dc \theta_x \ d\phi_x, \quad (4.9)$$

para que essa representação possa ser facilmente substituída pela original.

Por conveniência, também representamos o momento da partícula no mar de Fermi com referência ao momento da partícula incidente, de modo que  $d^3 p_2 = p_2^2 dp_2 \ dc \theta_{12} \ d\phi_{12}$ .

De acordo com as considerações feitas anteriormente, podemos reescrever a integral que determina a densidade de transição, equação 4.1, como

$$\begin{aligned}
 \rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{aV^2}{(2\pi\hbar)^6} \int \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \delta\left(\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_3^2}{2m} - \frac{p_4^2}{2m}\right) \\
 &\times \theta(p_{F2} - p_2) \theta(p_3 - p_{F1}) \theta(p_4 - p_{F2}) p_2^2 dp_2 d\cos\theta_{12} d\phi_{12} \\
 &\times p_3^2 dp_3 p_4^2 dp_4 d\cos\theta_x d\cos\theta_{34} d\phi_x d\phi_{34}.
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Os ângulos referentes aos índices 1 e 2, são respectivamente partícula incidente e buraco, e os respectivos aos índices 3 e 4 são das partículas incidentes e incial depois da interação.

Resolvendo as integrais sobre  $\phi_x$  e  $\theta_x$ , teremos

$$\begin{aligned}
 \rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{aV^2}{(2\pi\hbar)^6} \int \frac{1}{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|^2} \delta(|\vec{p}_1 + \vec{p}_2| - |\vec{p}_3 + \vec{p}_4|) \\
 &\times \delta\left(\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_3^2}{2m} - \frac{p_4^2}{2m}\right) \\
 &\times \theta(p_{F2} - p_2) \theta(p_3 - p_{F1}) \theta(p_4 - p_{F2}) p_2^2 dp_2 d\cos\theta_{12} d\phi_{12} \\
 &\times p_3^2 dp_3 p_4^2 dp_4 d\cos\theta_{34} d\phi_{34}.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Realizando agora as integrações em  $\theta_{34}$ ,  $\phi_{12}$  e  $\theta_{34}$ , temos

$$\begin{aligned}
 \rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{amV^2}{(2\pi)^4 \hbar^6} \int \frac{1}{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|} \theta(p_{F2} - p_2) \theta(p_3 - p_{F1}) \theta(p_4 - p_{F2}) \\
 &\times p_2^2 dp_2 d\cos\theta_{12} p_3 dp_3.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Calculando a integral em  $p_3$ , obtemos

$$\begin{aligned}\rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{amV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6} \int \frac{1}{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|} \theta(p_{F2} - p_2) \\ &\times (p_1^2 + p_2^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2)p_2^2 dp_2 d\cos\theta_{12}.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Integrando sobre  $\theta_{12}$ , obtemos

$$\begin{aligned}\rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{amV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6} \int \theta(p_{F2} - p_2)(p_1^2 + p_2^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2)p_2^2 dp_2 \frac{1}{p_1}(|p_1 + p_2| - |p_1 - p_2|) \\ &= \frac{amV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6 p_1} \int \theta(p_{F2} - p_2)(p_1^2 + p_2^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2)p_2^2 dp_2.\end{aligned}\quad (4.14)$$

Por fim, a integral nos retorna

$$\rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) = \frac{amV^2}{(2\pi)^4\hbar^6 p_1} \left[ (p_1^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2) \frac{p_2^3}{3} + \frac{p_2^5}{5} \right]_{p_2=p_{2min}}^{p_2=p_{F2}}, \quad (4.15)$$

onde  $p_{2min}^2 = \max(0, p_{F1}^2 + p_{F2}^2 - p_1^2)$ . Assim, temos

$$\begin{aligned}\rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \frac{aV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6 p_1} \left[ \left( p_1^2 - p_{F1}^2 - \frac{2p_{F2}^2}{5} \right) \frac{p_{F2}^3}{3} + \frac{p_{2min}^5}{15} \right] \\ \rho_{1p \rightarrow 2p1h}(\vec{p}_1) &= \begin{cases} \frac{amV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6 p_1} \left( p_1^2 - p_{F1}^2 - \frac{p_{F2}^2}{5} \right) \frac{p_{F2}^3}{3}, & \text{para } p_1^2 \geq p_{F1}^2 + p_{F2}^2 \\ \frac{amV^2}{2(2\pi)^4\hbar^6 p_1} (p_1^2 - p_{F1}^2) \left( p_1^2 - p_{F1}^2 + \frac{p_{F2}^2}{2} \right) \frac{p_{F2}}{15}; & \text{para } p_1^2 \leq p_{F1}^2 + p_{F2}^2 \end{cases}\end{aligned}\quad (4.16)$$

Através do método de Monte Carlo, podemos determinar as magnitudes dos ângulos e dos momentos. Iniciando por  $p_2$  e  $p_3$ , que através da conservação de energia determina o  $p_4$ , e seguido do ângulo  $\theta_{12}$ , que, por sua vez, através da conservação de momento determina o ângulo  $\theta_{34}$ .

## 4.2 Aplicação Computacional

Carlson e Mega (MEGA; CARLSON, 2012), desenvolveram um algoritmo utilizando o método de Monte Carlo, para o cálculo das distribuições angulares através do modelo DDHSM. No algoritmo em questão, partindo da equação (4.16) e a equação abaixo (4.17), é possível determinar os momentos de  $\vec{p}_2$ ,  $\vec{p}_3$  e  $\vec{p}_4$ , além dos ângulos entre os momentos das partículas.

Através do algoritmo, podemos inicialmente definir um valor para o momento  $\vec{p}_2$ , obedecendo a limitações dadas pela conservação de energia descrita por

$$p_{2min}^2 = \max(0, p_{F1}^2 + p_{F2}^2 - p_1^2) \leq p_2^2 \leq p_{F2}^2, \quad (4.17)$$

onde  $p_{F1}^2 + p_{F2}^2 - p_1^2$  é a diferença entre o momento Fermi e o momento da partícula incidente.

Dado um número aleatório entre  $0 \leq x \leq 1$ , é possível determinar um valor para  $\vec{p}_2$  por meio da expressão

$$x = \frac{[(p_1^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2)\frac{p_2^3}{3} + \frac{p_2^5}{5} + \frac{2p_{2min}^5}{15}]}{[(p_1^2 - p_{F1}^2 - \frac{2p_{F2}^2}{5})\frac{p_{F2}^3}{3} + \frac{2p_{2min}^5}{15}]} \quad (4.18)$$

Além disso, o ângulo  $\theta_{12}$ , também é definido no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , deste modo podemos definir o seguinte intervalo para o cosseno do ângulo

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1. \quad (4.19)$$

Por sua vez, conseguimos determinar o momento da partícula resultante através da expressão

$$p_{F1}^2 \leq p_3^2 \leq p_1^2 + p_{F2}^2 = p_{3max}^2, \quad (4.20)$$

desta forma, temos que o momento da partícula 3 estará acima do momento de Fermi e

abaixo da soma do momento de Fermi com o momento da partícula incidente. Como o valor do momento da partícula 3, também está definido no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , desta forma temos

$$x = \frac{p_3^2 - p_{F1}^2}{p_1^2 + p_2^2 - p_{F1}^2 - p_{F2}^2}. \quad (4.21)$$

Por fim, obedecendo a conservação de energia, conseguimos determinar o momento da partícula 4.

$$p_4^2 = p_1^2 + p_2^2 - p_3^2. \quad (4.22)$$

Podemos determinar o ângulo entre as partículas finais  $\theta_{34}$ , obedecendo a lei de conservação da magnitude do momento total, definida por

$$|\vec{p}_1 + \vec{p}_2| = |\vec{p}_3 + \vec{p}_4|, \quad (4.23)$$

alcançando por final, a expressão

$$\cos \theta_{34} = \frac{p_1 p_2 \cos \theta_{12}}{p_3 p_4}. \quad (4.24)$$

Os ângulos polares  $\phi_{12}$  e  $\phi_{34}$  podem ser determinados independentemente por uma distribuição uniforme,  $\phi_{12}, \phi_{34} = 2\pi x$ , com x satisfazendo  $0 \leq x \leq 1$ .

## 5 Cálculos e Discussões

Neste capítulo comparamos as seções de choque dupla diferenciais, obtidas através das aproximações para densidades de transição que compõe o módulo DDHMS do código de reações nucleares EMPIRE - 3.1.

EMPIRE - 3.1 consiste em um sistema modular composto de códigos de reações nucleares, contendo diversos modelos nucleares, e pode ser utilizado tanto para estudos teóricos quanto para análise de dados nucleares. Os cálculos aqui apresentados, utilizaram a ferramenta em questão.

O módulo DDHMS, por sua vez, calcula as reações induzidas por nucleons através do método de Monte Carlo. Os modelos do módulo DDHMS que iremos comparar são o modelo Exciton (ME), o modelo de Gás de Fermi (FGA) com distribuição angular de Chadwick e Obložinský e o modelo e o modelo de Gás de Fermi com a distribuição exata. As diferenças entre os modelos do DDHMS estudados, são fundamentadas no cálculo de reespalhamento.

Descrevendo sucintamente as diferenças, temos no ME as densidades de níveis calculadas com níveis uniformemente espaçados. No modelo gás de Fermi as densidades foram calculadas com níveis de gás de Fermi. Já o modelo de gás de Fermi exato, é utilizado diretamente a expressão (4.1).

Nas figuras, os modelos estudados estão representados através do valor de FHMS: ME, é representado com o FHMS= 0, o gás de Fermi por sua vez é FHMS= 1, e por fim, o modelo de gás de Fermi exato é FHMS= 2. As opções de FHMS= 0 e 1 usam as distribuições de Chadwick e Obložinský.

Na comparação que apresentaremos, os núcleos estudados são  $^{56}\text{Fe}$  e  $^{120}\text{Sn}$ . As reações abordadas no estudo são reações induzidas por prótons a energias de 20 MeV, 60 MeV e 100 MeV. Para as reações induzidas por nêutrons, adotamos sua energia de incidência de 60 MeV. Ambas as reações emitem prótons e nêutrons.

Estudamos a seção de choque inclusive de emissão de prótons e neutrons de pré-equilíbrio. Vamos começar comparando os espectros de uma reação induzida por um próton com energia de 20 MeV, 60 MeV e 100 MeV com o núcleo alvo  $^{56}\text{Fe}$  com emissão de prótons, seguido de espectros de prótons de mesmas energias induzido sob um núcleo alvo de  $^{120}\text{Sn}$ . Os gráficos resultantes do estudo estão divididos em duas imagens para cada tipo de reação, que mostram uma sequência crescente de ângulos. Na primeira imagem, os ângulos estudados são  $10^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $50^\circ$ , já na segunda imagem temos representados os ângulos  $70^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $110^\circ$ .

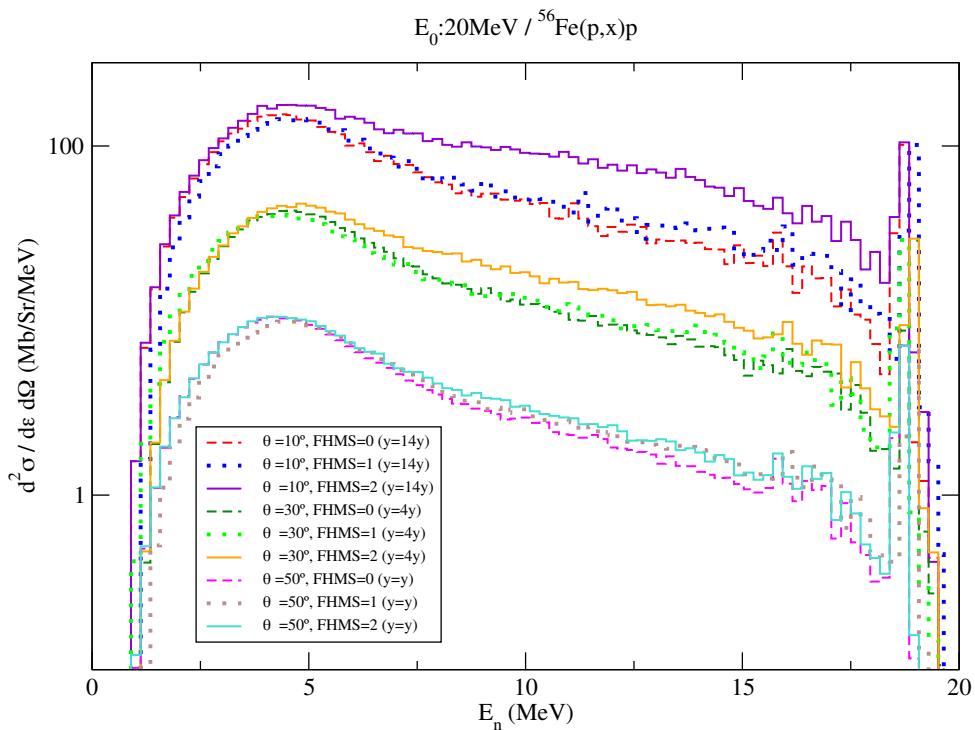
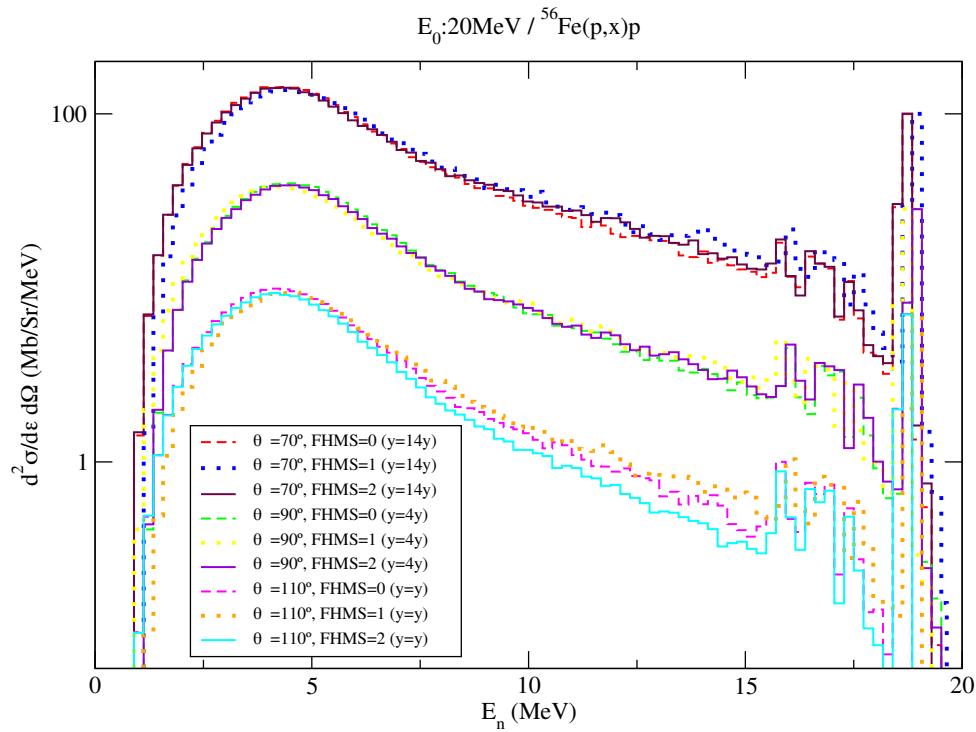
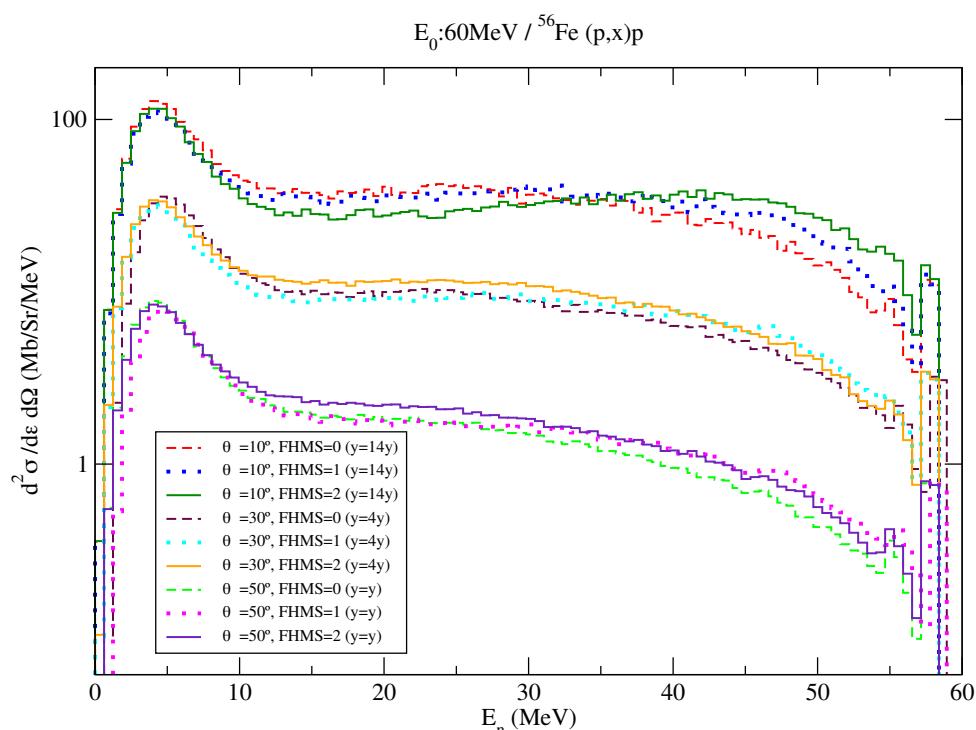


FIGURA 5.1 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(20\text{MeV}) + {}^{56}\text{Fe}$ .

FIGURA 5.2 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(20\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .FIGURA 5.3 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

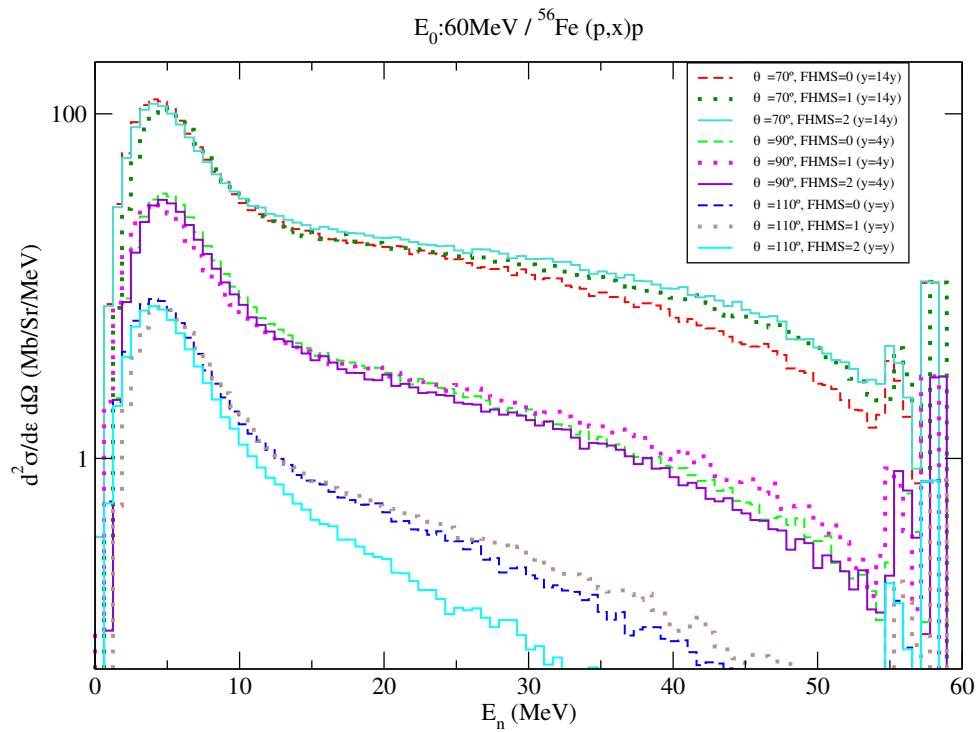


FIGURA 5.4 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

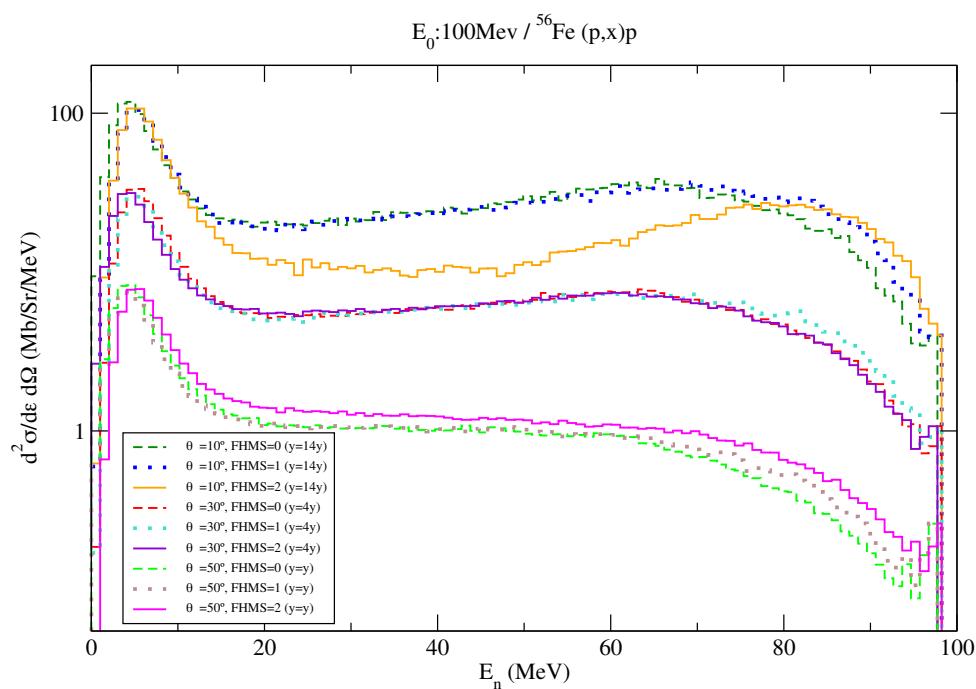


FIGURA 5.5 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(100\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

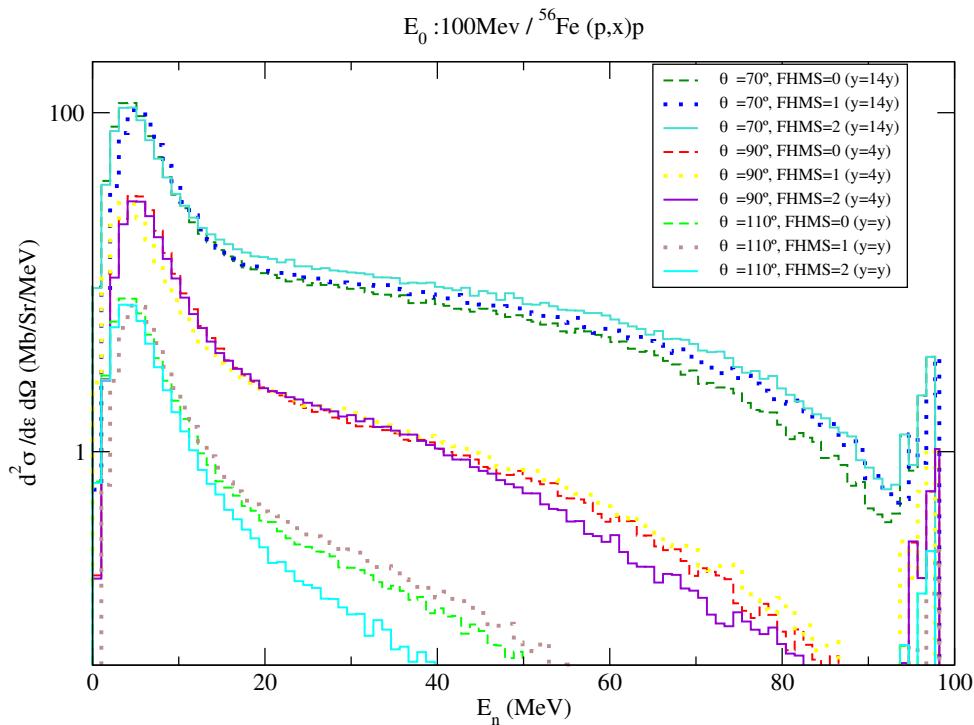
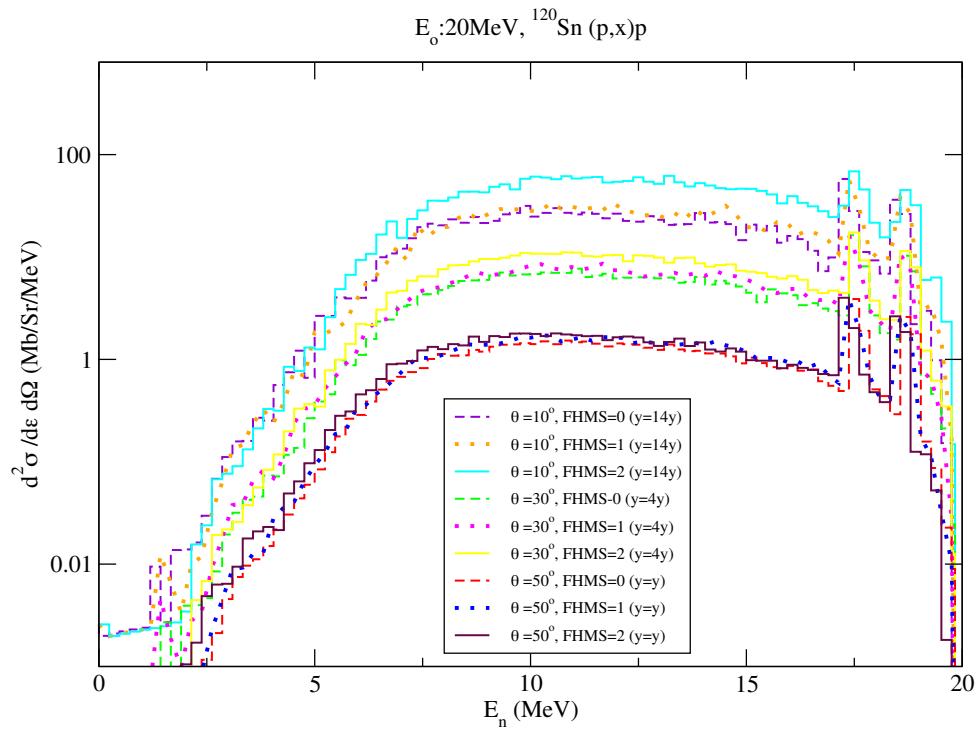
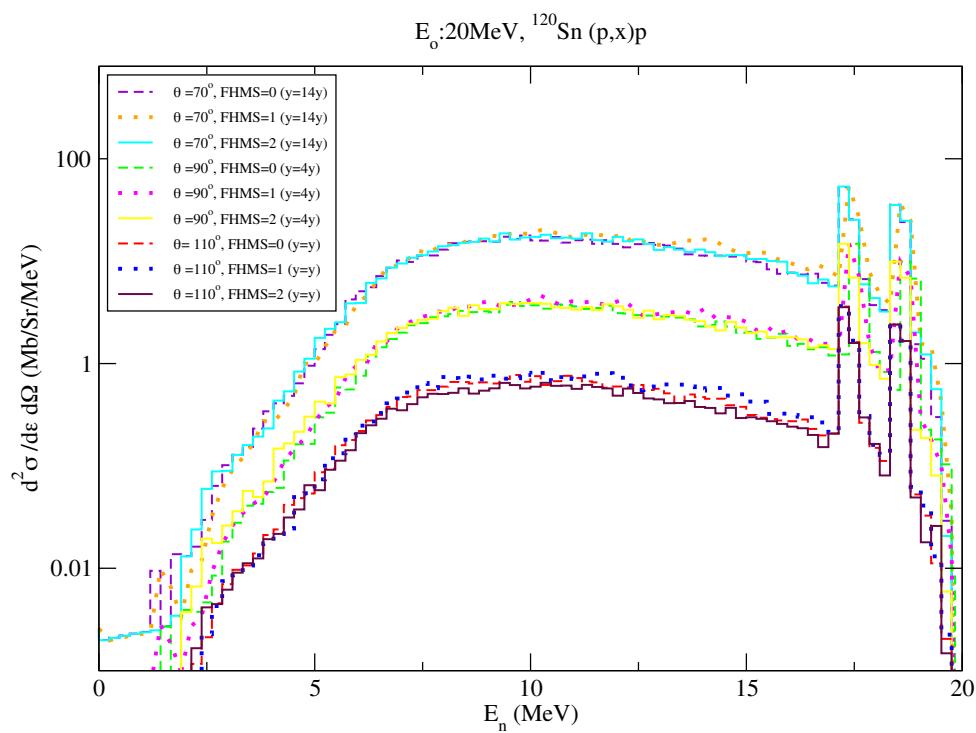


FIGURA 5.6 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(100\text{MeV}) + {}^{56}\text{Fe}$ .

Nas figuras 5.1 à 5.6 temos os espectros referentes as reações com o núcleo alvo  ${}^{56}\text{Fe}$ . Nestas figuras, podemos observar que para baixas energias, até 5 MeV, há um crescimento na distribuição conforme o aumento da energia, já no intervalo de 5 MeV até energias próximas da energia da partícula incidente, é possível observar decaimento das distribuições das seções de choque dupla diferenciais.

É possível notar discrepâncias nas curvas referentes ao modelo gás de Fermi para os menores e maiores ângulos ( $10^\circ$  e  $110^\circ$ ), quem tendem a se intensificar proporcionalmente à energia da partícula incidida.

FIGURA 5.7 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(20\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .FIGURA 5.8 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(20\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .

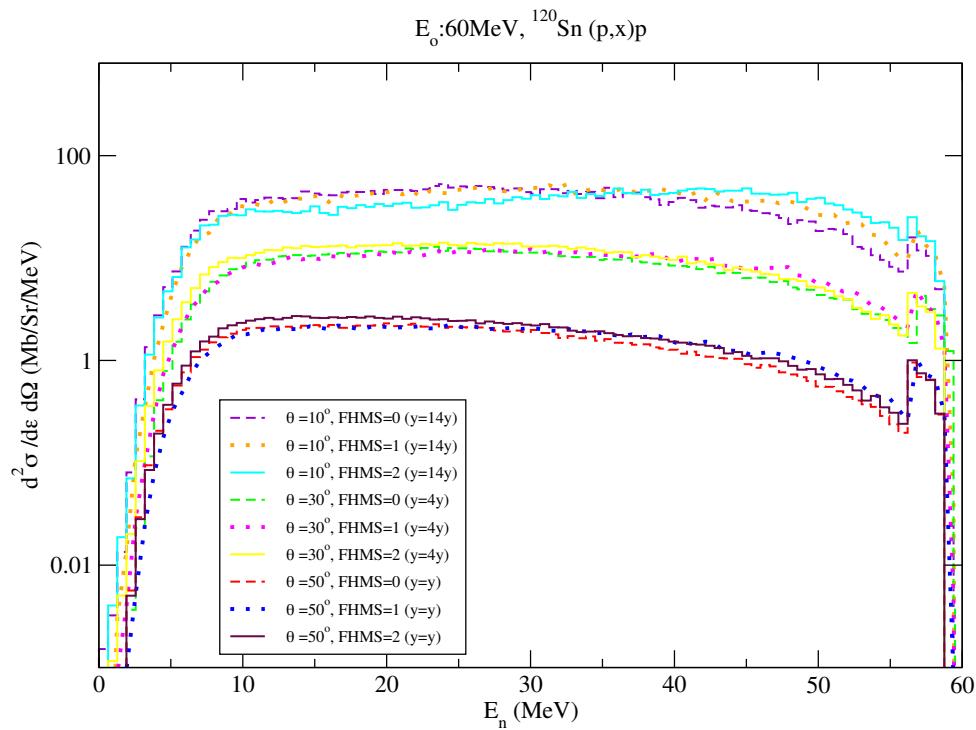


FIGURA 5.9 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(60\text{MeV}) + {}^{120}\text{Sn}$ .

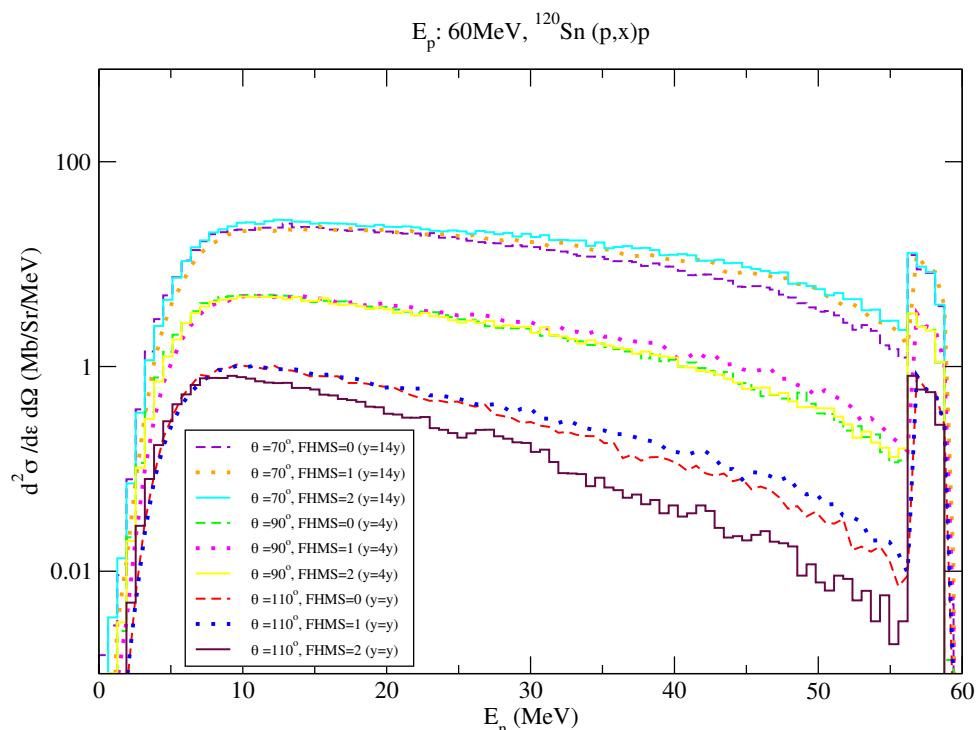
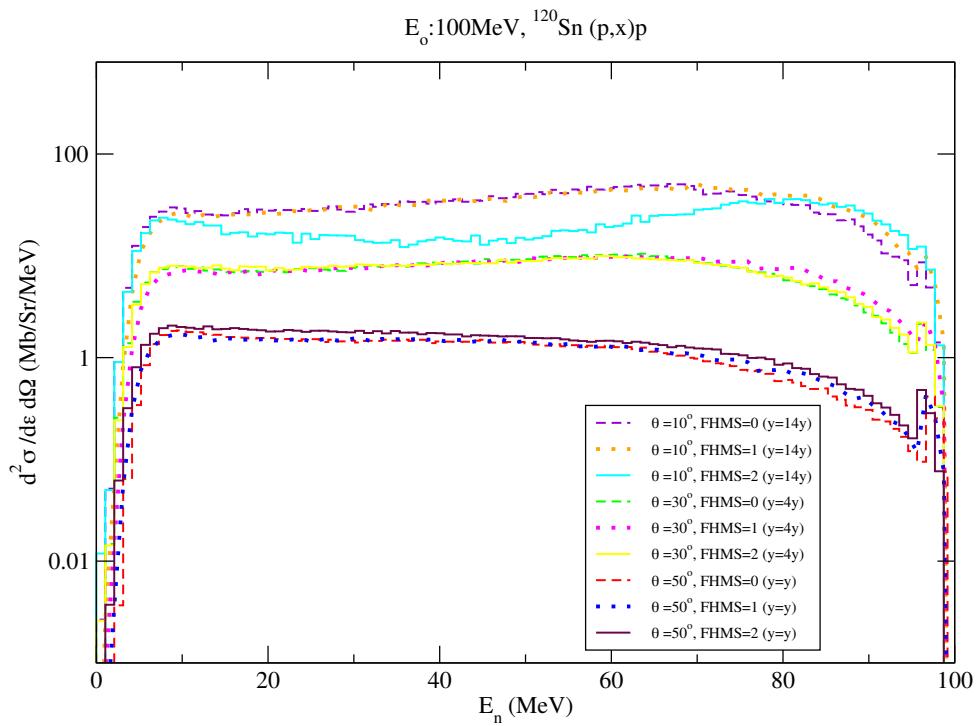
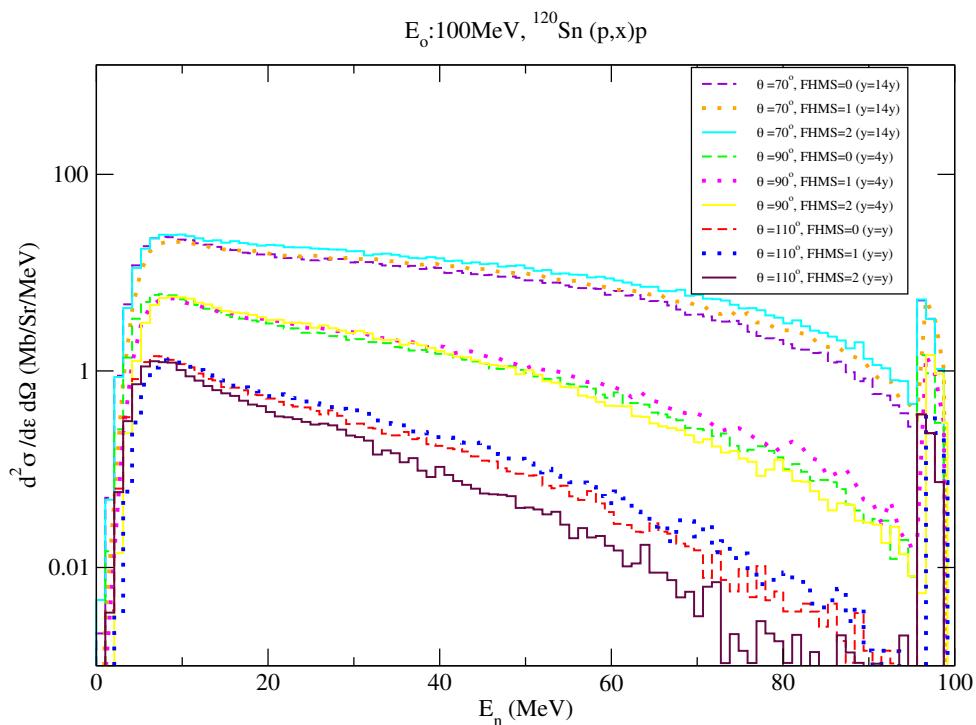


FIGURA 5.10 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(60\text{MeV}) + {}^{120}\text{Sn}$ .

FIGURA 5.11 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(100\text{MeV}) + {}^{120}\text{Sn}$ .FIGURA 5.12 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $p(100\text{MeV}) + {}^{120}\text{Sn}$ .

Nas figuras 5.7 à 5.12, observamos os espectros referentes as reações de núcleo alvo  $^{120}Sn$ . É possível observar nas imagens que as distribuições são crescentes acompanhando o crescimento das energias até 10 MeV. Esse crescimento é seguido de uma suave queda nas curvas da distribuição à medida que a energia cresce se aproximando do valor de energia da partícula incidente.

Para reações com emissão de prótons, vemos que conforme a energia se aproxima da energia da partícula emitida, observamos picos na distribuição, devido à excitações de estados inelásticos coletivos. Estas excitações não são calculadas a partir do método de Monte Carlo.

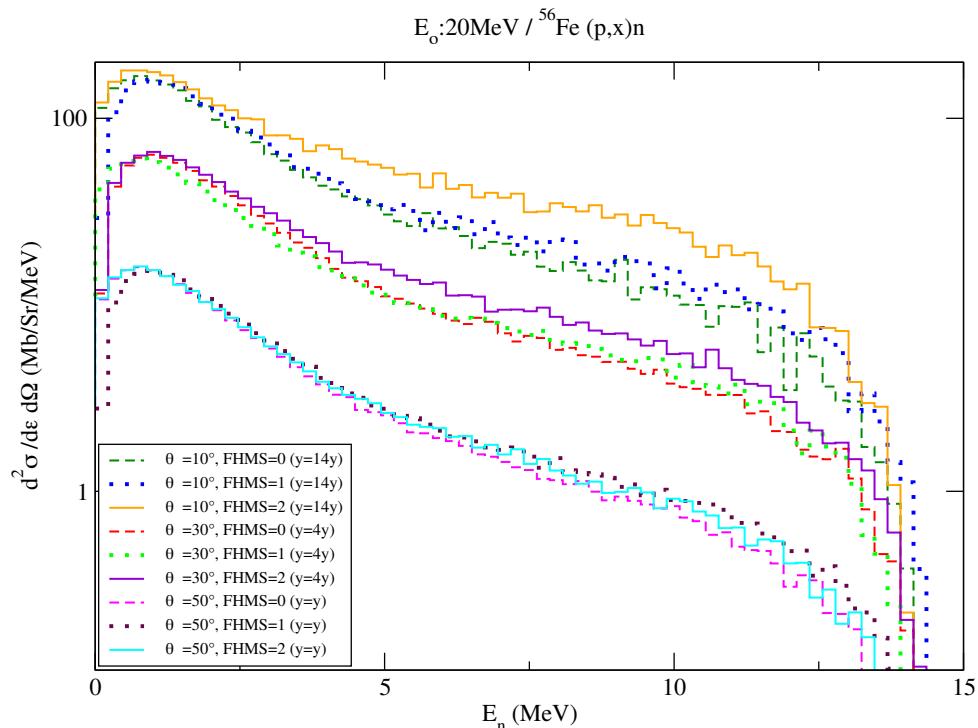
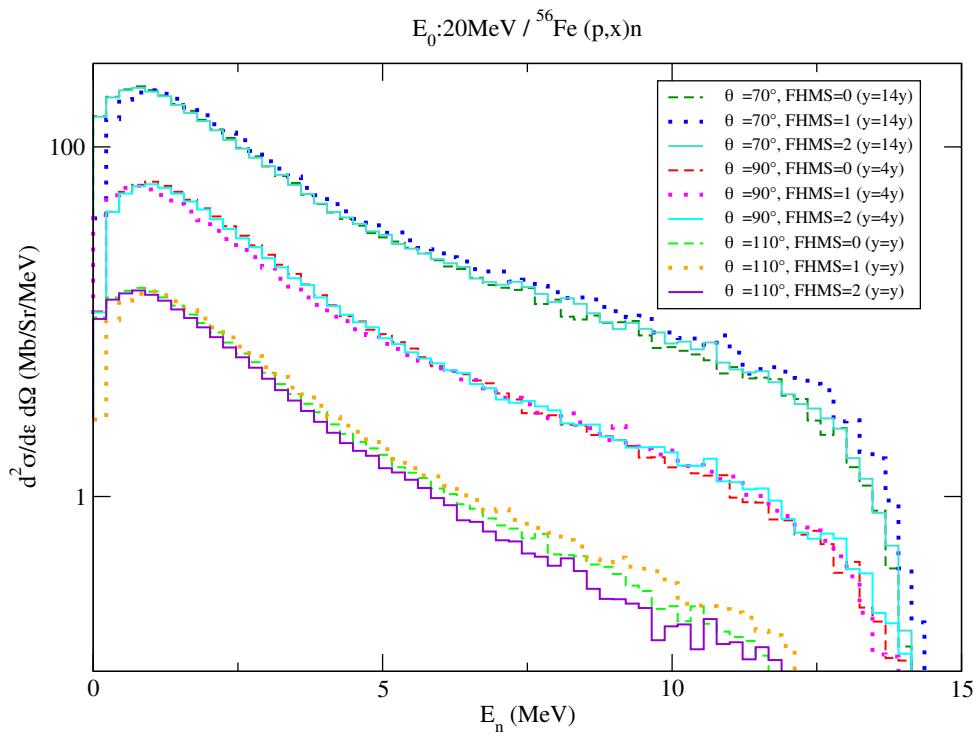
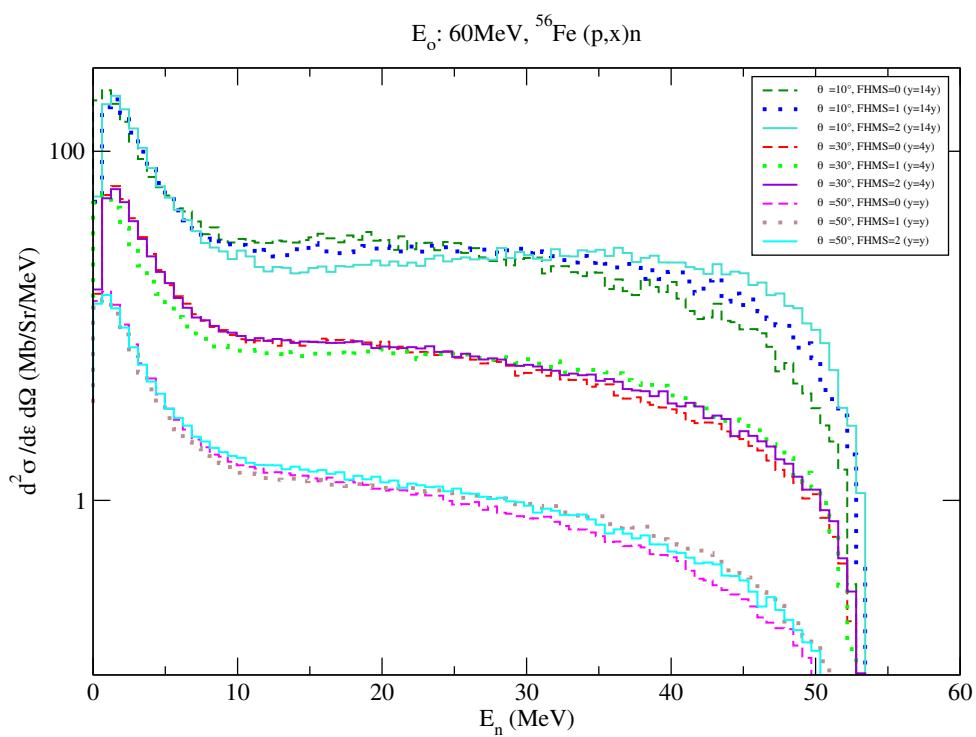
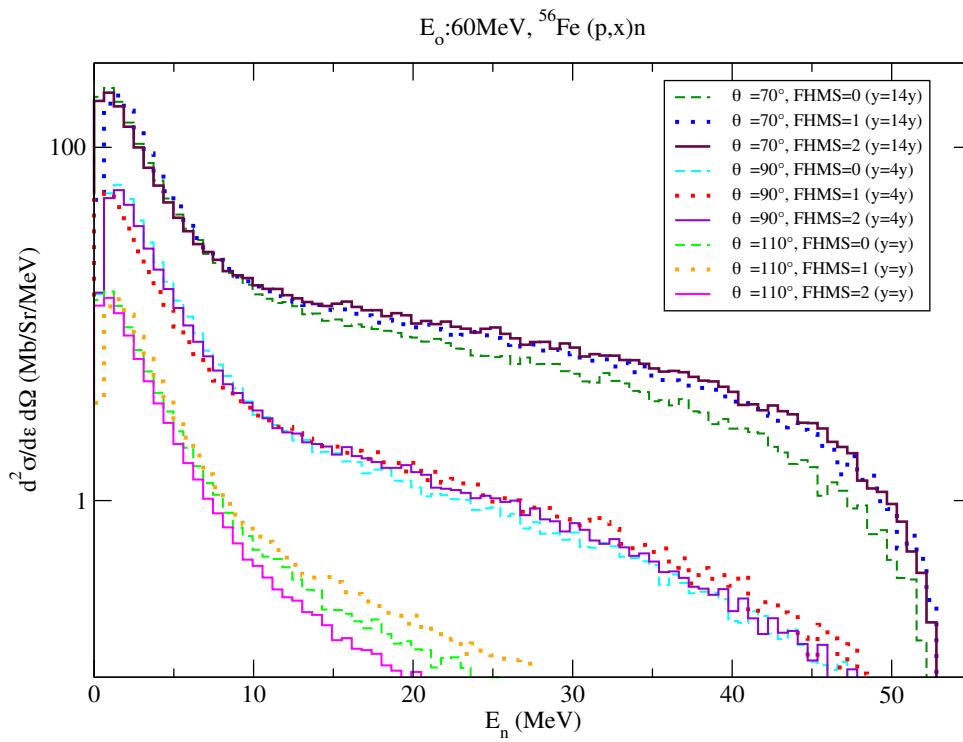
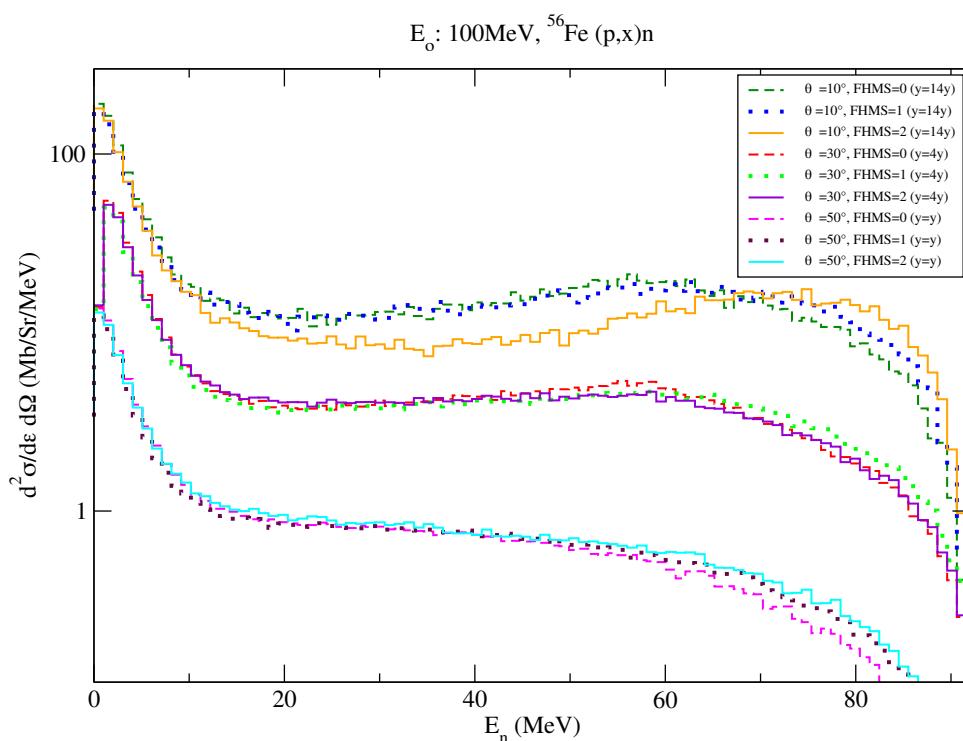


FIGURA 5.13 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo p(20MeV)+<sup>56</sup>Fe.

FIGURA 5.14 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(20\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .FIGURA 5.15 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

FIGURA 5.16 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .FIGURA 5.17 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(100\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

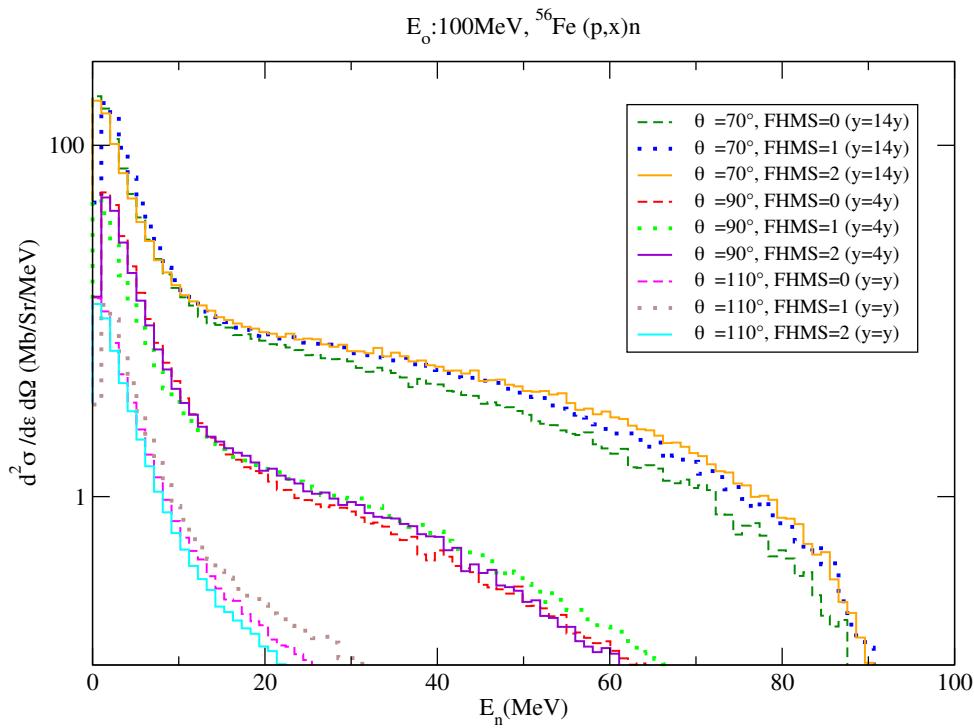


FIGURA 5.18 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(100\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

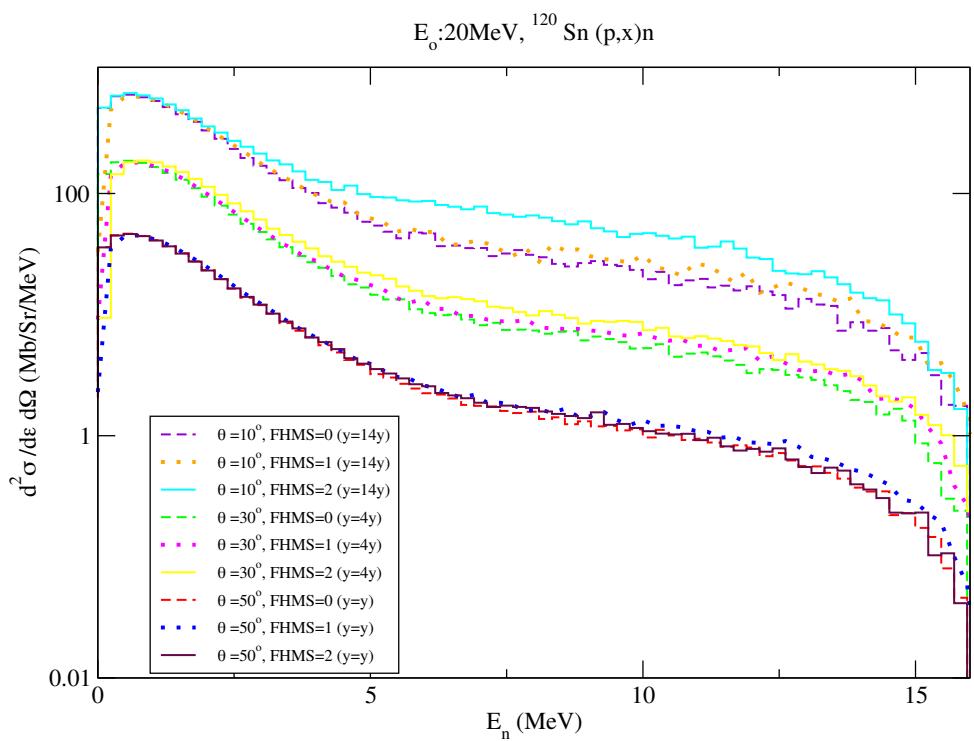
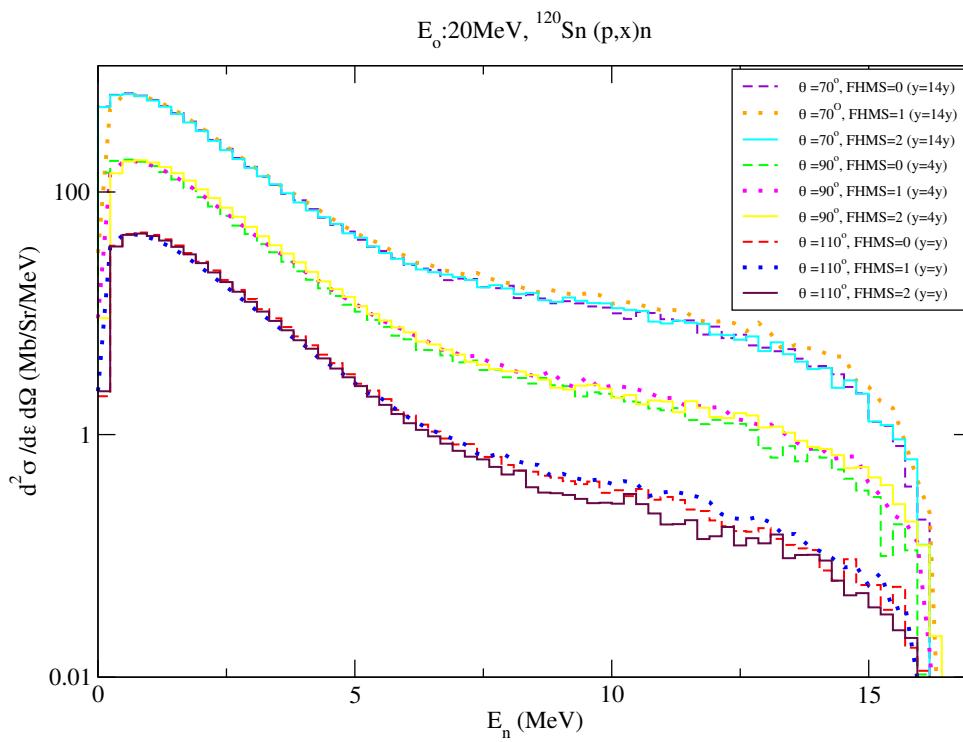
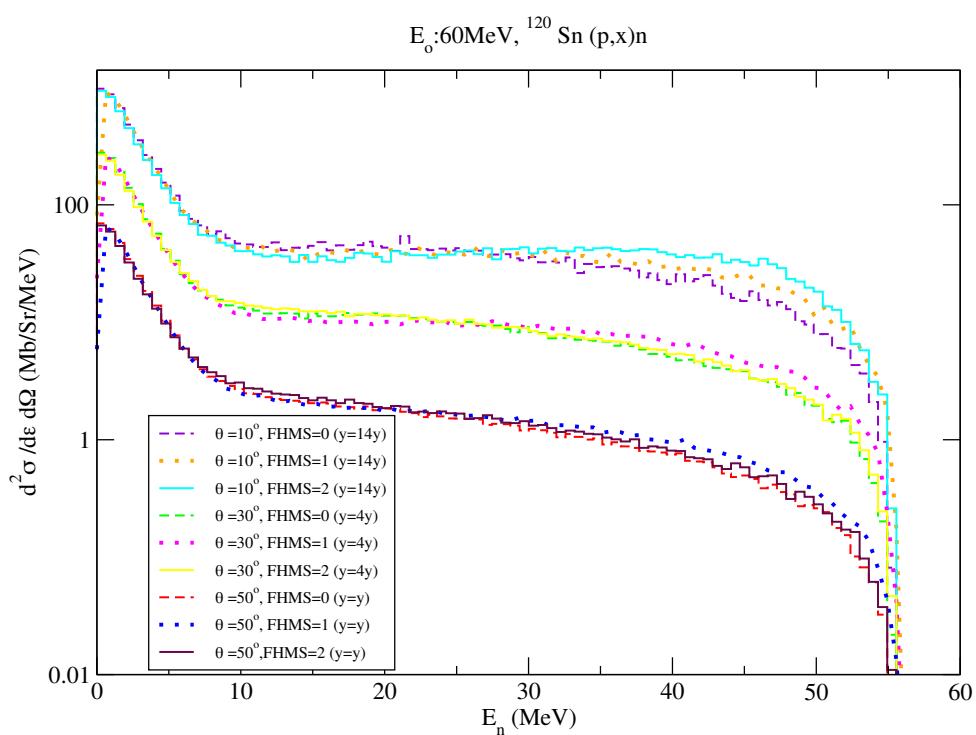
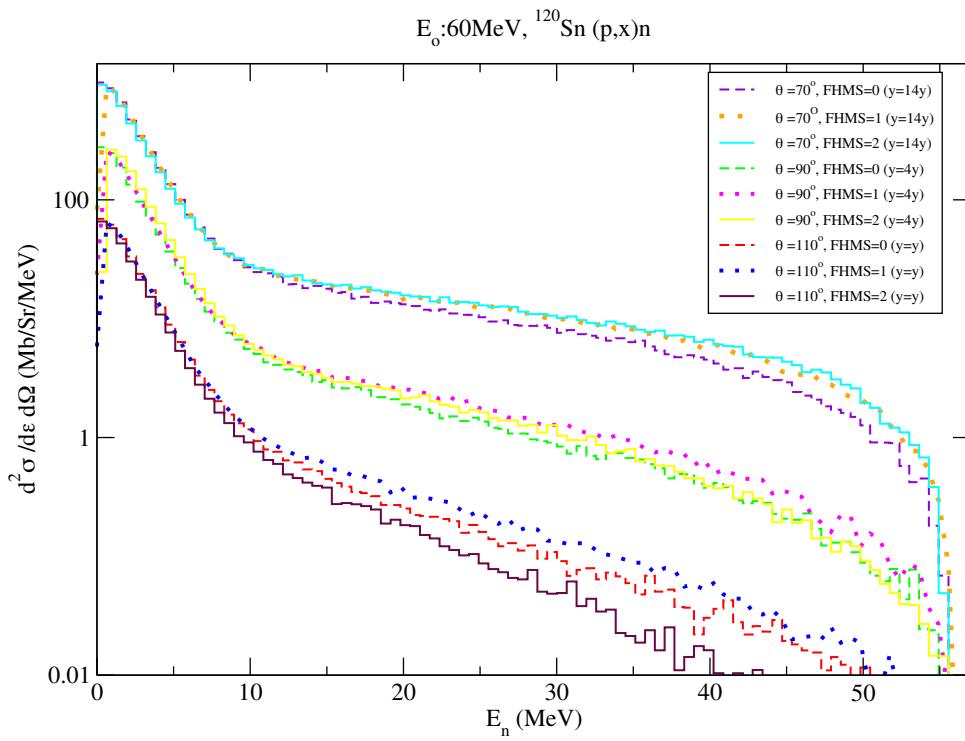
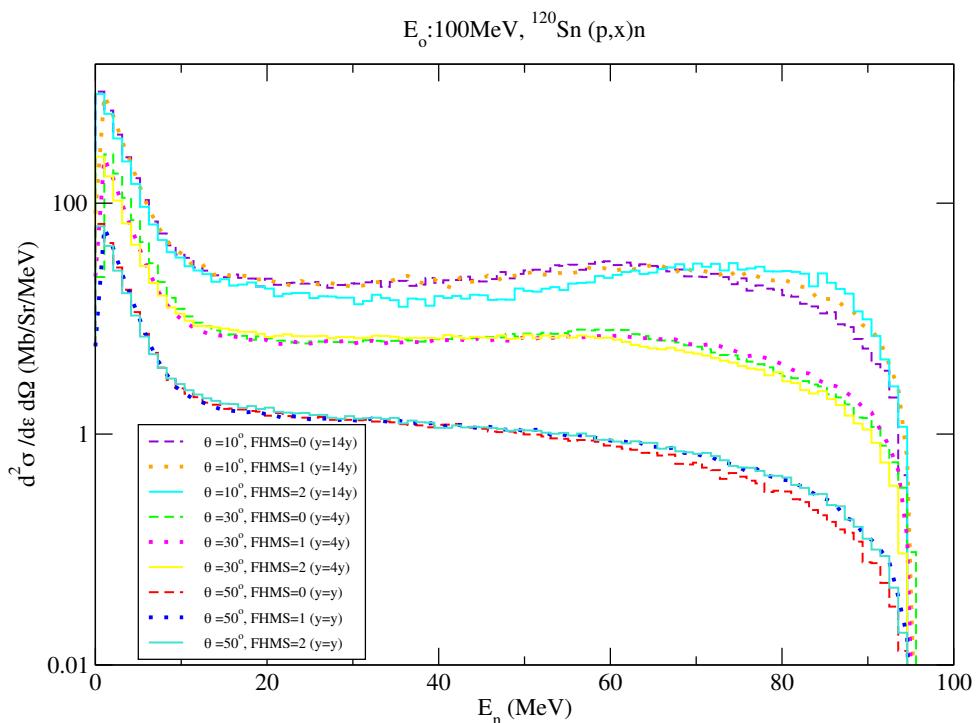
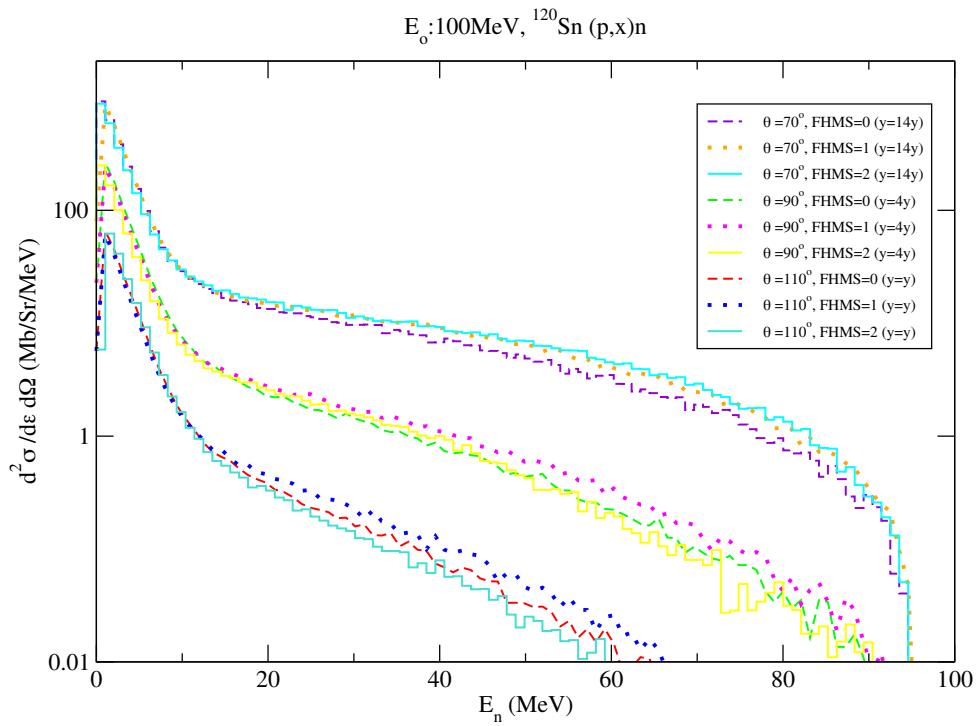
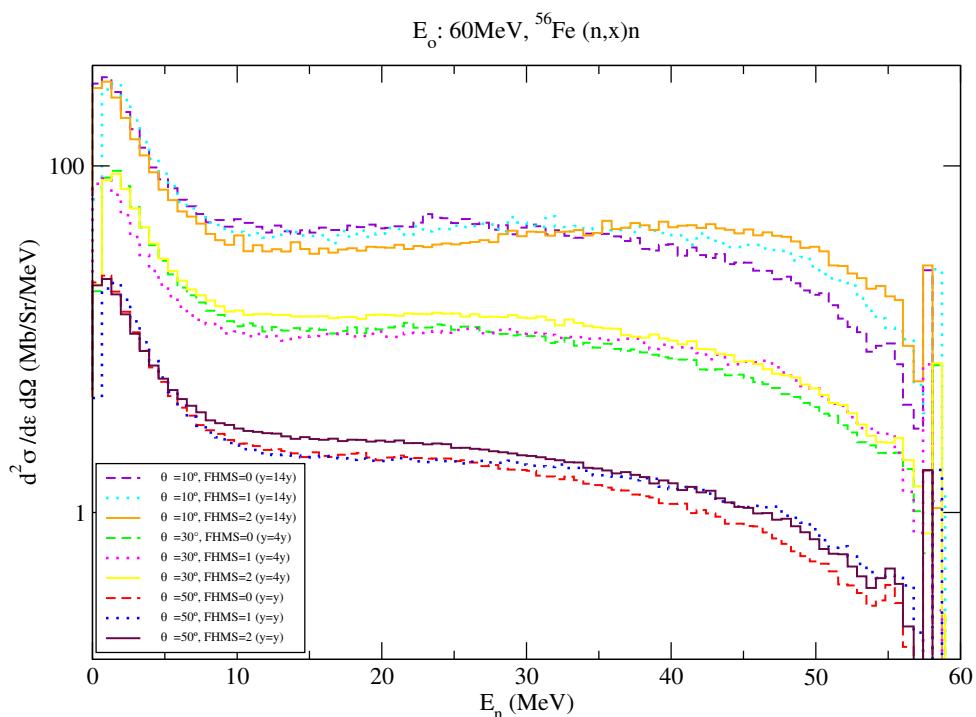
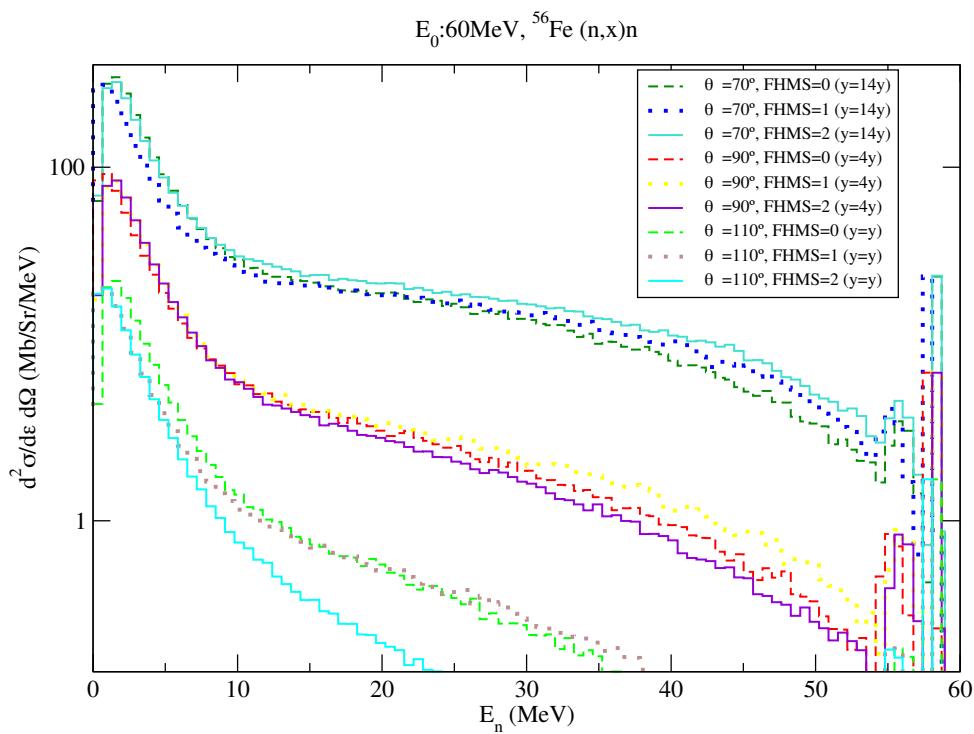
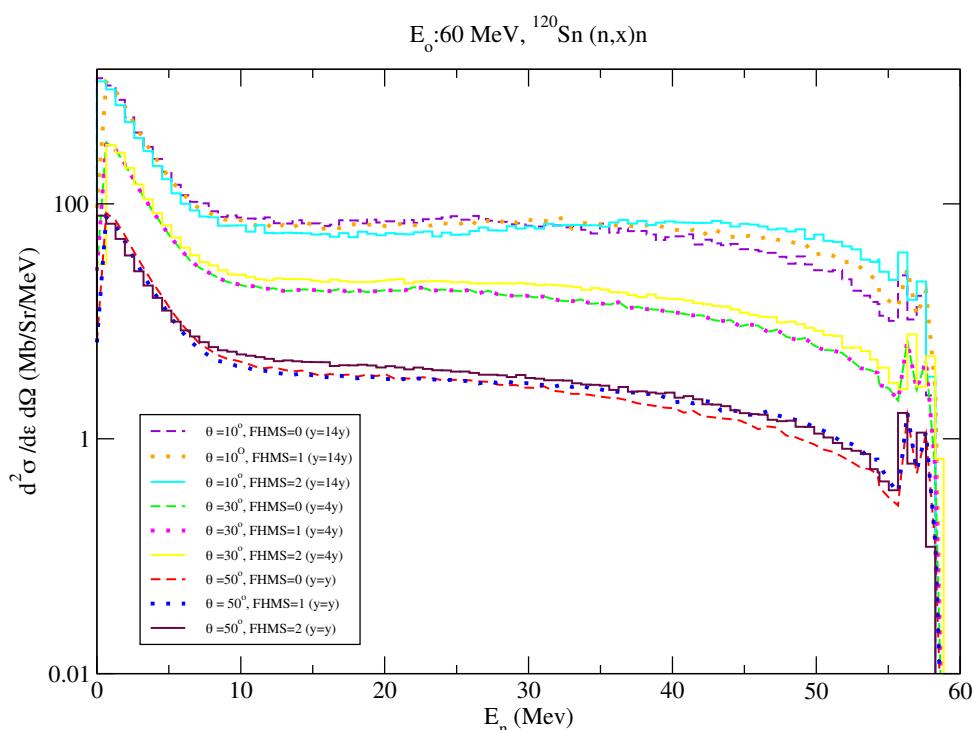


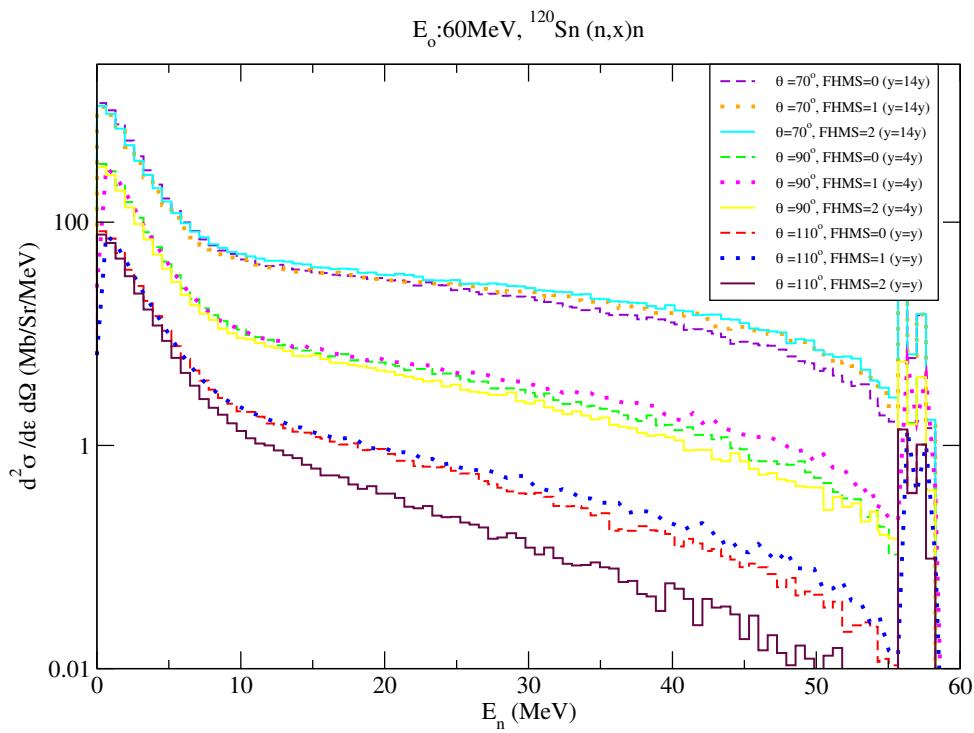
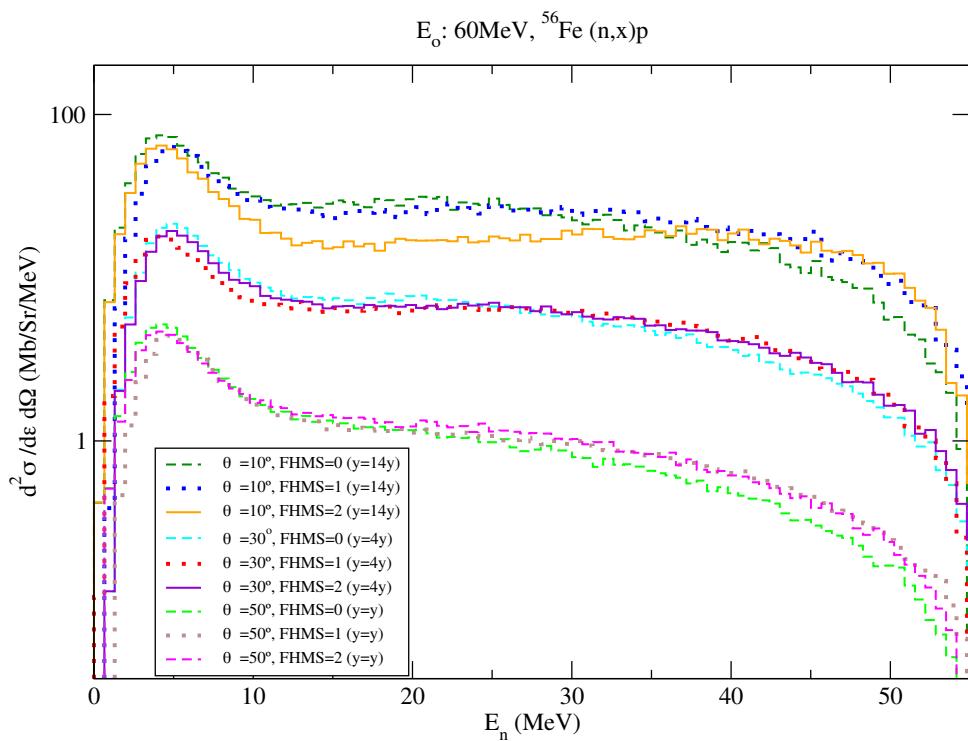
FIGURA 5.19 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(20\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .

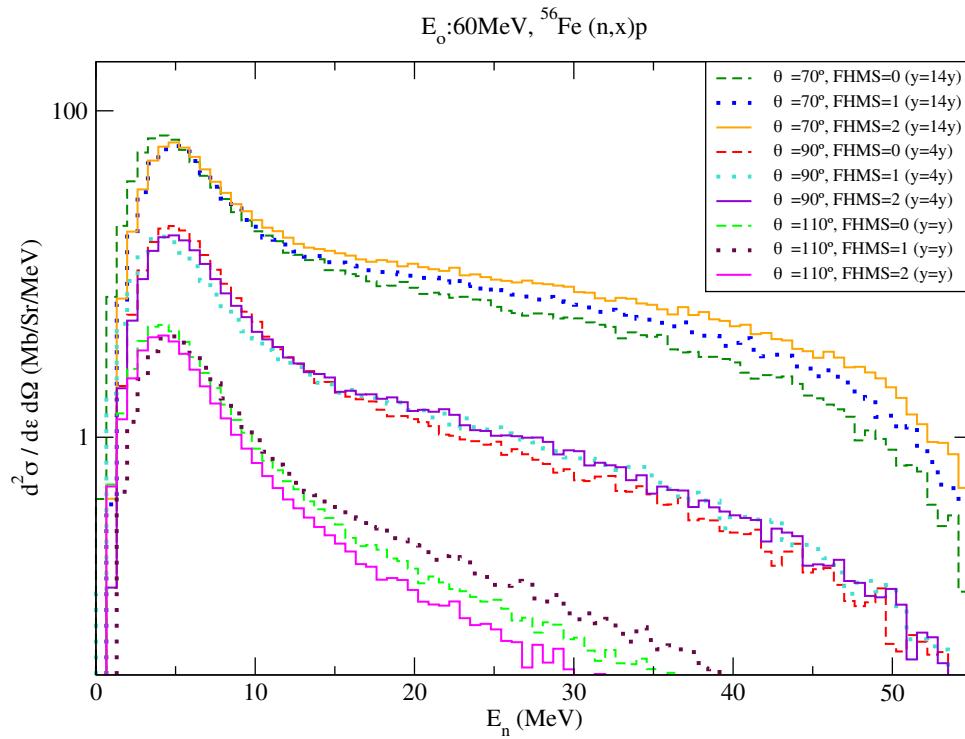
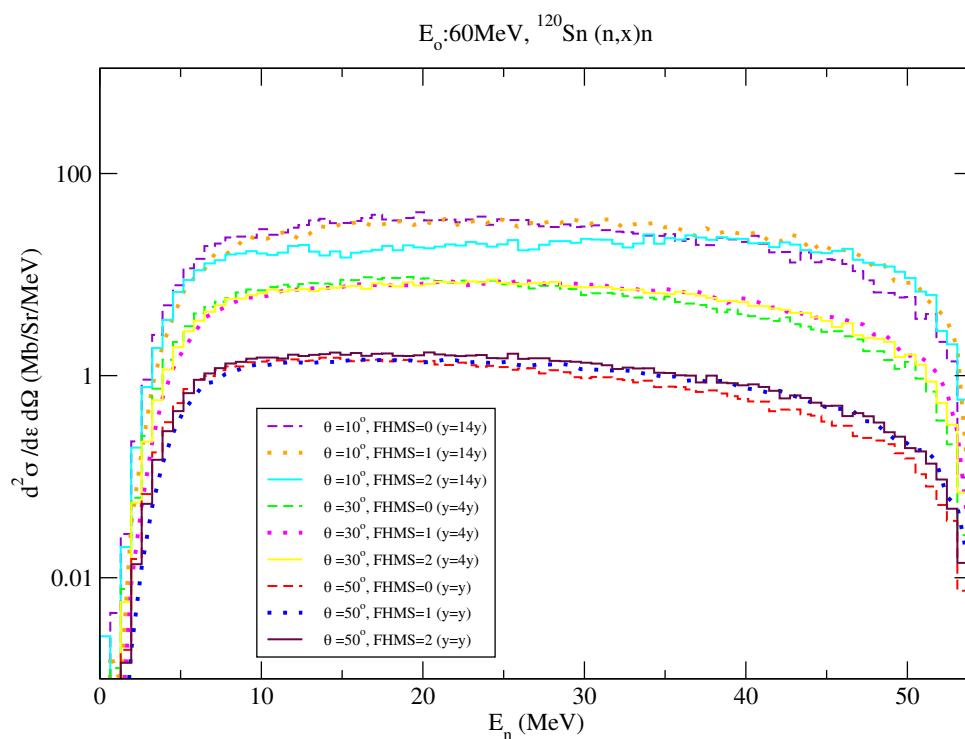
FIGURA 5.20 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(20\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .FIGURA 5.21 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(60\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .

FIGURA 5.22 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(60\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .FIGURA 5.23 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(100\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .

FIGURA 5.24 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{p}(100\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .FIGURA 5.25 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

FIGURA 5.26 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .FIGURA 5.27 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ :

FIGURA 5.28 – Espectros de nêutrons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ :FIGURA 5.29 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .

FIGURA 5.30 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{56}\text{Fe}$ .FIGURA 5.31 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $\text{n}(60\text{MeV})+{}^{120}\text{Sn}$ .

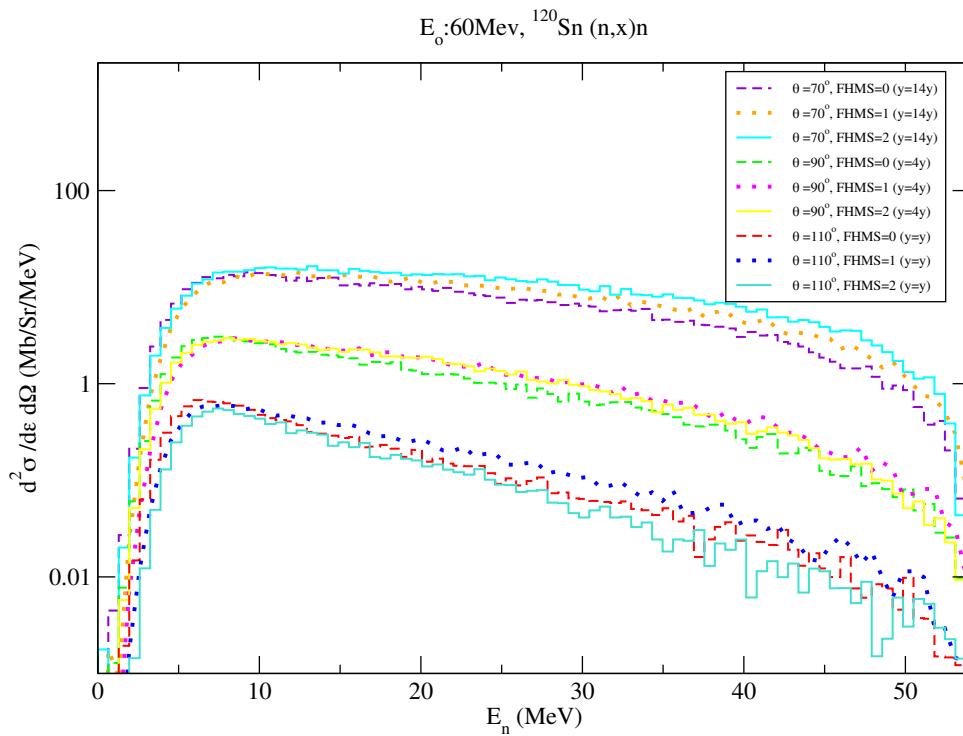


FIGURA 5.32 – Espectros de prótons emitidos por reações do tipo  $n(60\text{MeV}) + {}^{120}\text{Sn}$ .

Nas reações onde há emissão de nêutrons, observamos o mesmo comportamento de crescimento da distribuição para baixas energias. Não são observados picos para energias próximas a da partícula incidente, porque não foram incluídos estados coletivos neste canal de emissão.

É possível observar que nas figuras referentes ao núcleo alvo  ${}^{56}\text{Fe}$ , o pico de distribuição é maior na faixa de energia de 0 à 5 MeV se comparado com a distribuição nessa mesma faixa de energia no núcleo alvo de  ${}^{120}\text{Sn}$ . Isso se dá devido a emissão de núcleo composto que ocorre nas reações onde o núcleo alvo é o  ${}^{56}\text{Fe}$ . Já para o núcleo alvo  ${}^{120}\text{Sn}$ , devido a barreira coulombiana, não há escape de prótons, não havendo assim emissão de núcleo composto.

Analizando as figuras dos casos estudados, é possível observar que a densidade de exciton (ME) e a densidade de gás de Fermi, que utilizam o cálculo de Chadwick e Obložinský, prevem as distribuições de forma similar, contudo, a densidade de gás de Fermi exata possui desvios deste comportamento para emissão de partículas de pequenos e grandes ângulos que aumentam proporcionalmente ao crescimento da energia de emissão.

## 6 Conclusão

Esta dissertação propõe o estudo e comparação das distribuições angulares e energia das partículas emitidas em reações de pré-equilíbrio induzidas por prótons e nêutrons. Calculamos as seções de choque dupla diferenciais de emissão ( $(n,x)p$ ,  $(n,x)n$ ,  $(p,x)p$  e  $(p,x)n$ ), com energias incidentes de 20 MeV, 60 MeV e 100 MeV.

Estudamos e comparamos as seções de choque dupla diferenciais de emissão utilizando as densidades do modelo de Exciton e do gás de Fermi com distribuições angulares de Chadwick e Obložinský e do gás de Fermi exato. Os modelos foram estudados através do modelo semi-clássico DDHMS. Para desenvolver as comparações utilizamos o código de reações EMPIRE–3.1 que nos forneceu os cálculos dos espectros duplo diferenciais fornecido pelos vários modelos de transição. O código utiliza como principal ferramenta a simulação por meio do método de Monte Carlo para realização do cálculo das distribuições angulares além de calcular as integrais de densidade de transição de estados de  $1p \rightarrow 2p1h$ .

Podemos concluir através da análise do estudo e das figuras, que o modelo de Exciton e o modelo de gás de Fermi com distribuição de Chadwick e Obložinský, descrevem a distribuição de forma razoavelmente similar, mantendo assim as curvas em acordo no decorrer do crescimento da energia e os ângulos de saída. Contudo observamos desvios dos outros cálculos nas distribuições do modelo de gás de Fermi exato. Também é possível observar, diferentes comportamentos nas imagens com distintas partículas sendo emitidas. Essa diferença de comportamento se dá devido a barreira coulombiana em alguns casos, e a não existência de estados coletivos conforme a energia se aproxima da energia da

partícula incidida.

# Referências

BERMEJO, F. J.; SORDO, F. Neutron sources. In: **Experimental Methods in the Physical Sciences**. [S.l.]: Elsevier, 2013. v. 44, p. 137–243.

BISPLINGHOFF, J. Configuration mixing in preequilibrium reactions: A new look at the hybrid-exciton controversy. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 33, p. 1569–1580, May 1986. Disponível em:  
[<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.33.1569>](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.33.1569).

BLANN, M. Hybrid model for pre-equilibrium decay in nuclear reactions. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 27, p. 337–340, Aug 1971. Disponível em:  
[<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.27.337>](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.27.337).

BLANN, M. New precompound decay model. **Physical Review C**, APS, v. 54, n. 3, p. 1341, 1996.

BLANN, M.; CHADWICK, M. New precompound decay model: angular distributions. **Physical Review C**, APS, v. 57, n. 1, p. 233, 1998.

CARLSON, B. V.; MEGA, D. The density of available states of the DDHMS pre-equilibrium model. **EPJ Web of Conferences**, v. 21, p. 09001–, 02 2012.

CHADWICK, M.; OBLOŽINSKÝ, P. Particle-hole state densities with linear momentum and angular distributions in preequilibrium reactions. **Physical Review C**, APS, v. 46, n. 5, p. 2028, 1992.

CHADWICK, M.; OBLOŽINSKÝ, P. Continuum angular distributions in preequilibrium nuclear reactions: Physical basis for Kalbach systematics. **Physical Review C**, APS, v. 50, n. 5, p. 2490, 1994.

CLINE, C.; BLANN, M. The pre-equilibrium statistical model: description of the nuclear equilibration process and parameterization of the model. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 172, n. 2, p. 225–259, 1971.

GADIOLI, E.; Gadioli Erba, E. Pre-equilibrium emission. **Nuclear Instruments and Methods**, v. 146, n. 1, p. 265 – 277, 1977. ISSN 0029-554X. Disponível em:  
[<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029554X77905213>](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029554X77905213).

GRIFFIN, J. J. Statistical model of intermediate structure. **Physical review letters**, APS, v. 17, n. 9, p. 478, 1966.

- HARP, G.; MILLER, J.; BERNE, B. J. Attainment of statistical equilibrium in excited nuclei. **Physical Review**, APS, v. 165, n. 4, p. 1166, 1968.
- HUSSEIN, M. S. Reações de pré-equilíbrio. **JORGE ANDRE SWIECA**, p. 289, 1985.
- KALBACH, C. Systematics of continuum angular distributions: Extensions to higher energies. **Physical Review C**, APS, v. 37, n. 6, p. 2350, 1988.
- KALBACH, C.; MANN, F. Phenomenology of continuum angular distributions. i. systematics and parametrization. **Physical Review C**, APS, v. 23, n. 1, p. 112, 1981.
- KIKUCHI, K.; KAWAI, M. **Nuclear Matter and Nuclear Reactions**. North-Holland Publishing Company, 1968. (A North-Holland research monograph. In the field of nuclear physics). Disponível em:  
[<https://books.google.com.br/books?id=WVQzAAAAMAAJ>](https://books.google.com.br/books?id=WVQzAAAAMAAJ).
- KONING, A.; AKKERMANS, J. Pre-equilibrium nuclear reactions: An introduction to classical and quantum-mechanical models. In: **WORLD SCIENTIFIC. Nuclear Reaction Data And Nuclear Reactors-Physics, Design And Safety: Proceedings Of The Workshop**. [S.l.], 1999. p. 143.
- MÄDLER, P.; REIF, R. Angular distributions of preequilibrium reactions within a generalized exciton model. **Nuclear Physics A**, v. 337, n. 3, p. 445 – 463, 1980. ISSN 0375-9474. Disponível em:  
[<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947480901530>](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947480901530).
- MEGA, D.; CARLSON, B. V. Monte Carlo sampling of pair creation transitions in a model of pre-equilibrium reactions. In: . [S.l.: s.n.], 2012. p. 134.
- POMPEIA, C. A. S.; CARLSON, B. V. Configuration mixing in pre-equilibrium reactions. **Physical Review C**, APS, v. 74, n. 5, p. 054609, 2006.
- WILLIAMS, F. C. Particle-hole state density in the uniform spacing model. **Nuclear Physics A**, v. 166, n. 2, p. 231 – 240, 1971. ISSN 0375-9474. Disponível em:  
[<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594747190426X>](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594747190426X).

# Apêndice A - Distribuição angular na Sistemática de Kalbach

A equação (3.1) descreve a distribuição angular da Sistemática de Kalbach, através da expressão

$$\frac{d^2\sigma_n(\epsilon, \Omega)}{d\epsilon d\Omega} = \frac{d\sigma_n(\epsilon)}{d\epsilon} \frac{1}{4\pi} \frac{2a_n}{e^{a_n} - e^{-a_n}} \exp(a_n \cos\theta), \quad (\text{A.1})$$

onde vimos que  $a_n$  é definido pela relação (3.2), e é diretamente dependente da energia média do exciton

$$\epsilon_{av} = \frac{2p(p+1)}{ng} \frac{\rho(p+1, h, \bar{E})}{\rho(p, h, \bar{E})} - \frac{\bar{E}}{n} + \epsilon_f. \quad (\text{A.2})$$

Para as transições de estado que estamos adotando para referência dos cálculos,  $1p \rightarrow 1p2h$ , temos então a expressão (3.3), que por sua vez é em função da expressão da densidade de estados dada pela equação (3.4),

$$\rho(p, h, \bar{E}) = \frac{g^h}{p!h!(n-1)!} \sum_{j=0}^h (-1)^j \binom{h}{j} (\bar{E} - A_{ph} - j\epsilon_f)^{n-1} \theta(\bar{E} - A_{ph} - j\epsilon_f). \quad (\text{A.3})$$

sendo  $A_{ph}$  o termo de correção de Pauli, definido por

$$A_{ph} = \frac{p^2 + h^2 + p - 3h}{4g}, \quad (\text{A.4})$$

onde  $g \approx \frac{A}{15}$  e  $A$  é a massa do núcleo. Dessa forma para a transição de estados que estamos abordando, devemos determinar duas densidades de estados  $\rho(1, 1, \bar{E})$  e  $\rho(2, 1, \bar{E})$

Para a densidade do estado  $1p1h$ , temos

$$\rho(1, 1, \bar{E}) = g^2 \left\{ (\bar{E}) - (\bar{E} - \epsilon_f) \theta(\bar{E} - \epsilon_f) \right\}, \quad (\text{A.5})$$

com  $\bar{E} = E$  e  $A_{11} = 0$ .

Para a densidade de estado  $2p1h$ , teremos

$$\rho(2, 1, \bar{E}) = \frac{g^3}{4} \left\{ (\bar{E} - A_{21})^2 - (\bar{E} - A_{21} - \epsilon_f)^2 \theta(\bar{E} - A_{21} - \epsilon_f) \right\}, \quad (\text{A.6})$$

onde  $\theta$ , é uma função degrau que determina através do seu argumento qual partícula está confinada e qual pode ser emitida:

$$\theta = \begin{cases} 0; & \text{para } \bar{E} < \epsilon_f \\ 1; & \text{para } \bar{E} > \epsilon_f. \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO			
1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO DM	2. DATA 28 de Julho de 2021	3. DOCUMENTO Nº DCTA/ITA/DM-055/2021	4. Nº DE PÁGINAS 64
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Distribuições angulares em reações de pré-equilíbrio induzidas por nucleons			
6. AUTORA(ES): <b>Natalie Cecy da Fonseca e Oliveira Yabusaki</b>			
7. INSTITUIÇÃO(ÓES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÓES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica -ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELA AUTORA: Reações; Nuclear; Monte Carlo			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Reações Nucleares; Método de Monte Carlo; Equilibrio; Nucleons; Física Nuclear; Física.			
10. APRESENTAÇÃO: <input checked="" type="checkbox"/> Nacional <input type="checkbox"/> Internacional ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Física. Área de Física Nuclear. Orientador: Prof. Dr. Brett Vern Carlson. Defesa em 29/06/2021. Publicada em 05/07/2021.			
11. RESUMO: A emissão de pré-equilíbrio constitui uma parte importante das reações induzidas por nucleons em energias acima de 15 MeV. Consiste em partículas emitidas por uma ampla gama de energias, que se estendem desde o pico elástico até as energias mais altas do espectro de emissão do núcleo composto, com distribuições angulares geralmente atingindo o pico na direção dianteira. Modelos estatísticos de uma cascata de colisões intranucleares são capazes de descrever os espectros de tais emissões em energias incidentes relativamente baixas. No entanto, foi demonstrado que as hipóteses estatísticas inerentes a essa descrição perdem sua validade em energias mais altas e um modelo mais recente foi desenvolvido para simular um processo de colisão mais complexo usando o método de Monte Carlo. Este modelo foi posteriormente estendido para calcular distribuições angulares e também seções de choque duplamente diferenciais. No entanto, o modelo estendido ainda não se mostrou capaz de calcular distribuições angulares de forma confiável ao longo do intervalo esperado de energias incidentes. Aqui comparamos os modelos de Exciton e Gás de Fermi com distribuição angular de Chadwick e Obložinský com o modelo de Gás de Fermi exata, utilizando como alvos o $^{56}\text{Fe}$ e o $^{120}\text{Sn}$ em determinadas faixas de energia. O objetivo principal é determinar parâmetros que permitam o cálculo confiável de distribuições angulares e espectros diferenciais duplos com um ou ambos os modelos.			
12. GRAU DE SIGILO: <input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO <input type="checkbox"/> RESERVADO <input type="checkbox"/> CONFIDENCIAL <input type="checkbox"/> SECRETO			