

Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Física Nuclear.

Odilon Ardizzon Mattos

**EFEITOS DO CONFINAMENTO EM MODELOS
FENOMENOLÓGICOS DE QUARKS NO REGIME DE
TEMPERATURA NULA**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho
Orientador

Profa. Dra. Emília Villani
Pró-Reitora de Pós-Graduação

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP - Brasil
2022

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Mattos, Odilon Ardizzon
Efeitos do confinamento em modelos fenomenológicos de quarks no regime de temperatura nula
/ Odilon Ardizzon Mattos.
São José dos Campos, 2022.
177f.

Tese de Doutorado – Curso de Física. Área de Física Nuclear – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2022. Orientador: Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho.

1. Transição de fases. 2. Cromodinâmica quântica. 3. Quarks. 4. Confinamento (física de partículas). 5. Física de partículas . 6. Física. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MATTOS, Odilon Ardizzon. **Efeitos do confinamento em modelos fenomenológicos de quarks no regime de temperatura nula**. 2022. 177f. Tese de Doutorado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

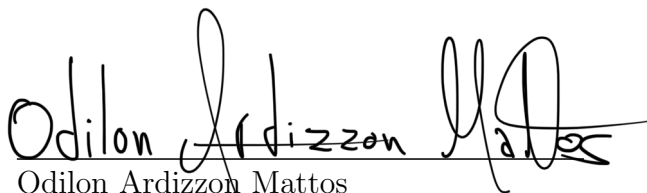
CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Odilon Ardizzon Mattos

TÍTULO DO TRABALHO: Efeitos do confinamento em modelos fenomenológicos de quarks no regime de temperatura nula.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2022

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a autorização do autor.



Odilon Ardizzon Mattos
Rua Jordão Monteiro Ferreira , 33
12.245-089 – São José dos Campos–SP

EFEITOS DO CONFINAMENTO EM MODELOS FENOMENOLÓGICOS DE QUARKS NO REGIME DE TEMPERATURA NULA

Odilon Ardizzon Mattos

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr.	Brett Vern Carlson	Presidente	-	ITA
Prof. Dr.	Odilon Lourenço da Silva Filho	Orientador	-	ITA
Prof. Dr.	Wayne Leonardo Silva de Paula	Membro Interno	-	ITA
Profa. Dra.	Débora Peres Menezes	Membro Externo	-	UFSC
Prof. Dr.	Marcus Emmanuel Benghi Pinto	Membro Externo	-	UFSC

Dedico aos litros de café que foram o
combustível deste trabalho.

Agradecimentos

Deixo aqui um imenso agradecimento aos meus pais, Sérgio e Luzia, por sempre me apoiar e incentivar nesta longa trajetória de pós graduação. Somente palavras não são suficientes para expressar a gratidão que tenho pelo suporte deles.

Devo também um grande agradecimento ao professor Odilon pelo grande orientador e pessoa que é. Obrigado pela paciência, pelo respeito, pelo conhecimento e pelos grandes ensinamentos durante todo este caminho. Foi um grande privilégio poder trabalhar e aprender com o senhor, espero tê-lo deixado orgulhoso durante estes anos.

Aos professores César Lenzi e Mariana Dutra agradeço pela grande contribuição dada à este trabalho. Obrigado aos professores Malheiro, Wayne e Brett que ministraram diversas disciplinas que cursei e transmitiram os seus conhecimentos de forma excepcional, jamais esquecerei as aulas ministradas pelos senhores. Um agradecimento especial ao professor Tobias, que acompanhou todo o meu processo de desenvolvimento de perto desde o mestrado até o doutorado, muito obrigado por tudo que me ensinou.

Agradeço aos amigos Abigail, Bruno, Dyana, Gerline, Marcelo e Natan pelo grandíssimo apoio e companheirismo durante esta jornada chamada de doutorado. Um agradecimento especial a Gabriela, sem todo o seu apoio, incentivo e motivação este trabalho jamais teria sido concluído.

Agradeço ao apoio financeiro provido pela CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil. Por último, mas não menos importante, agradeço ao ITA, essa prestigiosa instituição, pelo acolhimento em seu programa de pós-graduação em Física.

“Vencer é o que importa. O resto é a consequência.”
— AYRTON SENNA

Resumo

O modelo Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL) é um modelo fenomenológico da QCD, que incorpora a dinâmica do desconfinamento dos quarks no modelo Nambu-Jona-Lasinio (NJL) em temperatura finita através do laço de Polyakov (Φ). Porém, em temperatura nula o modelo PNJL perde toda a dinâmica provida por Φ e suas equações se reduzem às mesmas do modelo NJL. A fim de contornar este problema, propomos o modelo Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio em temperatura nula (PNJL0) em $SU(2)$, que inclui a dinâmica do confinamento/desconfinamento a partir da modificação das constantes de acoplamento escalar e vetorial, convertidas em funções dependentes de Φ com a imposição de que todas as interações desapareçam na fase desconfinaada ($\Phi = 1$). Deste modo, as interações advindas dos quarks influenciam diretamente no setor de glúons, o que fornece o efeito de *back-reaction* do setor de quarks no de glúons mesmo em temperatura nula. Com intuito de tornar mais realístico o estudo da fenomenologia da QCD, propomos também neste trabalho a extensão do modelo PNJL0 para o caso de três sabores, no qual implementamos a dependência de Φ na constante de acoplamento de 't Hooft, juntamente com as constantes escalar e vetorial. Estudamos a termodinâmica do modelo PNJL0 $SU(3)$ com foco nas transições de fases de primeira ordem do confinamento/desconfinamento, no qual Φ é o parâmetro de ordem. Mostramos que para o caso da matéria simétrica de quarks ocorre uma forte redução no valor da massa constituinte do quark estranho exatamente no potencial químico associado à transição de fases do confinamento/desconfinamento, indicando que o surgimento de soluções de $\Phi \neq 0$ favorece a restauração da simetria quiral, mesmo para o quark s . Verificamos também que o canal vetorial exerce um papel importante no modelo PNJL0 e na construção dos diagramas de fase da matéria fortemente interagente. Também investigamos o comportamento da fase quarkiônica em $T = 0$ mostrando os efeitos causados pela variação dos parâmetros livres do modelo. Por fim, modelamos estrelas híbridas compactas utilizando o modelo PNJL0 juntamente com um modelo hadrônico relativístico de campo médio e comparamos os resultados obtidos com dados observacionais.

Abstract

The Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio model (PNJL) is a phenomenological QCD model which incorporates the quark deconfinement dynamics in the Nambu-Jona-Lasinio model (NJL), at finite temperature regime, through the inclusion of the Polyakov loop (Φ). However, at zero temperature the PNJL model loses all dynamics provided by Φ and its equations are reduced to those of the NJL model. In order to circumvent this problem, we propose the SU(2) Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio model at zero temperature (PNJL0), which includes the dynamics of confinement/deconfinement through the modifications of the scalar and vector couplings strengths, converted into Φ dependent functions with the constraint of being vanishing at the deconfinement phase ($\Phi = 1$). Therefore, the interactions arising from the quark sector directly affects the gluon sector, which provides the back-reaction effect of the quarks sector into the gluonic one even at zero temperature. In order to make the study of QCD phenomenology more realistic, we also propose in this work an extension of the PNJL0 model for the three flavor case, in which the Φ dependence of the 't Hooft coupling strength is also implemented, along with the modifications in the scalar and vector couplings strengths. We study the thermodynamics of the SU(3) PNJL0 model focusing on the confinement/deconfinement first order phase transition, in which Φ is the order parameter. We show that for symmetric quark matter a strong reduction of the constituent strange quark mass is verified exactly at the chemical potential associated with confinement/deconfinement phase transition, indicating that the emergence of $\Phi \neq 0$ solutions favors the chiral symmetry restoration, even for the quarks. We also verify that the vector channel plays an important role in the PNJL0 model and in the construction of the phase diagrams of the strongly interacting matter. We also investigate the behavior of the quarkyonic phase at $T = 0$ by showing the effects caused by the variation of the free parameters of the model. Finally, we model compact hybrid stars using the PNJL0 model together with a relativistic mean-field hadronic model and compare the results obtained with observational data.

Lista de Figuras

- FIGURA 1.1 – Primeiro Diagrama esquemático de fases termodinâmicas da matéria fortemente interagente, sendo a densidade bariônica (ρ_B) em função da temperatura (T). Neste diagrama temos os quarks confinados na região 1 (fase hadrônica) e desconfiados na fase 2 (QGP). Figura adaptada da referência (CABIBBO; PARISI, 1975). 26
- FIGURA 1.2 – Diagramas de fase esquemáticos da matéria fortemente interagente mais recentes. Veja as referências (MCLERRAN, 2009a) e (COSTA *et al.*, 2018). 27
- FIGURA 1.3 – Diagrama da composição das cargas de cores da QCD para os quarks. As cores vermelha, azul e verde remetem aos quarks (q). As cores ciano, magenta e amarelo remetem aos antiquarks (\bar{q}). A região central branca refere-se aos hádrons (H) sem cor compostos pelos quarks com cor. 28
- FIGURA 1.4 – Diagrama esquemático exemplificando o comportamento do acoplamento entre quarks e glúons através de analogia com as forças aplicadas por um elástico. Sendo t a tensão no elástico e q os quarks interagentes. Na situação (a) (baixas energias), a tensão no elástico esticado é grande e conforme esticamos mais intenso se torna essa tensão entre as extremidades q . Na situação (b) (altas energias), a tensão no elástico já não existe devido a proximidade entre as extremidades q 29
- FIGURA 2.1 – Diagrama que demonstra a ideia básica do *MIT bag model*. Temos o “tamanho” do hádron definido por uma “sacola” B e cercado pelo vácuo da QCD. Em seu interior os quarks interagem fracamente entre si. 37

- FIGURA 2.2 – Diagrama da temperatura $T/B^{1/4}$ como função do potencial químico $\mu/B^{1/4}$ quando a pressão é zero para o setor dos quarks leves, para quarks e glúons não massivo e não interages (linha tracejada) e somente com quarks (linha pontilhada). A linha sólida representa a condição de contorno da fase hadrônica, descrita como um gás de píons não interagentes e não massivos. Extraída da referência (BUBALLA, 2005). 40
- FIGURA 2.3 – Ω em função de μ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$ 52
- FIGURA 2.4 – Diagrama esquemático de um potencial termodinâmico geral U em função da variável intensiva P_S . Extraída da referência (CALLEN, 1991). 53
- FIGURA 2.5 – $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$, onde o $\mu_{\text{quiral}} = 433,492$ MeV. Onde os pontos p_1 e p_2 são os valores que ρ_s assume no momento da transição de fases quiral. Os pontos s_1 e s_2 são os centros das espinodais, onde ocorre a mudança das soluções de mínimos locais para pontos de máximo e vice-versa. 54
- FIGURA 2.6 – Ω em função de $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$. Os pontos p_a e p_b estão num mesmo valor de Ω , identificando que a curva em preto, onde $\mu = \mu_{\text{quiral}} = 433,492$ MeV fornece o valor de μ que ocorre a transição de fases quiral de primeira ordem. 55
- FIGURA 2.7 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,25G_s$ 56
- FIGURA 2.8 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,5G_s$ 56
- FIGURA 2.9 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = G_s$ 56
- FIGURA 2.10 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$ 57
- FIGURA 2.11 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,25G_s$ 57
- FIGURA 2.12 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,5G_s$ 58

FIGURA 2.13 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = G_s$	58
FIGURA 2.14 – k_F em função de μ , para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e para $G_V = 0$, $G_V = 0, 25G_s$, $G_V = 0, 5G_s$ e $G_V = G_s$	59
FIGURA 2.15 – Ω em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores e para $G_V = 0$, $G_V = 0, 25G_s$, $G_V = 0, 5G_s$ e $G_V = G_s$	63
FIGURA 2.16 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0$. A curva azul refere-se aos quarks u , d e a curva preta aos quarks s	63
FIGURA 2.17 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0, 25G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u , d e a curva preta aos quarks s	64
FIGURA 2.18 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0, 5G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u , d e a curva preta aos quarks s	64
FIGURA 2.19 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u , d e a curva preta aos quarks s	64
FIGURA 2.20 – Densidade de energia (ϵ), entropia (s) e pressão (p), como funções da temperatura (em unidades de T_0) para o setor puro de glúons descrito pelo potencial de Polyakov dado em (2.83). Figura extraída da referência (RATTI <i>et al.</i> , 2006).	67
FIGURA 2.21 – Potencial de Polyakov dado em (2.83) como função de Φ para duas temperaturas diferentes. Figura extraída da referência (RATTI <i>et al.</i> , 2006).	68
FIGURA 2.22 – Φ em função de T (em unidades de $T_c = T_0$), obtido a partir da Equação (2.90). Figura extraída da referência (RATTI <i>et al.</i> , 2006).	68
FIGURA 2.23 – SPG descrito pelo potencial de Polyakov RRW06 (2.84). Na curva da esquerda, densidade de energia (ϵ), entropia (s) e pressão (p), como funções de T (em unidades de $T_c = T_0$). Na curva da direita, \mathcal{U}/T^4 em função de Φ para alguns valores de T . Figura extraída da referência (RÖSSNER <i>et al.</i> , 2007).	69

- FIGURA 3.1 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{(\text{vac})} = 500$ MeV, em (b) por $\mu = 517$ MeV, em (c) por $\mu = 551$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 569,3$ MeV. 77
- FIGURA 3.2 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{(\text{vac})} = 500$ MeV, em (b) por $\mu = 517$ MeV, em (c) por $\mu = 551$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 569,3$ MeV. 78
- FIGURA 3.3 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. A transição de fases do confinamento/desconfinamento é dada em $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV. No *inset* do gráfico mostramos a curva da transição quiral no modelo PNJL0, que ocorre em $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV. 79
- FIGURA 3.4 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. Sendo $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV e $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV. A curva estável total é dada pelo segmento *ABCDEF*. 80
- FIGURA 3.5 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$, $a_3 = -0,1$ e alguns valores de μ fixos, para o conjunto 3 da Tabela 2.2. 80
- FIGURA 3.6 – Φ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. 81
- FIGURA 3.7 – $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. 82
- FIGURA 3.8 – Diagrama de fases esquemático previsto para o modelo PNJL0, com a fase quarkônica inclusa. 82
- FIGURA 3.9 – Φ em função de μ para o conjunto 3 do modelo PNJL0 SU(2), com $G_V = 0,25G_s$ e diferentes valores de a_3 83
- FIGURA 3.10 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,071357$, sendo $\mu_{\text{quiral}} = \mu_{\text{conf}} = 465,637$ MeV. 84
- FIGURA 3.11 – Φ em função de μ para o conjunto 3 do modelo PNJL0, com $a_3 = -0,1$ e diferentes valores de G_V 84
- FIGURA 4.1 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{u,d(\text{vac})} = 367,7$ MeV, em (b) por $\mu = 387,6$ MeV, em (c) por $\mu = 582,3$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 602,3$ MeV. 90

- FIGURA 4.2 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0, 25G_s$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{u,d(\text{vac})} = 367, 7$ MeV, em (b) por $\mu = 387, 6$ MeV, em (c) por $\mu = 582, 3$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 602, 3$ MeV. 91
- FIGURA 4.3 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0, 25G_s$, $a_3 = -0, 1$ e alguns valores de μ fixos para o conjunto RKH da Tabela 2.3. 92
- FIGURA 4.4 – Φ em função de μ para $G_V = 0, 25G_s$, $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3. 92
- FIGURA 4.5 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0, 25G_s$ e $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3. A transição de fases do confinamento/desconfinamento é dada em $\mu_{\text{conf}} = 533, 149$ MeV. No *inset* do gráfico mostramos a curva da transição quiral no modelo PNJL0 SU(3), que o ocorre em $\mu_{\text{quiral}} = 372, 104$ MeV. A curva estável é dada pelo segmento *DEF*. 93
- FIGURA 4.6 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0, 25G_s$ e $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3. Sendo $\mu_{\text{quiral}} = 372, 104$ MeV e $\mu_{\text{conf}} = 533, 149$ MeV. A curva estável é dada pelo segmento *ABCDEF*. . . 94
- FIGURA 4.7 – $\rho_{sf}/\rho_{sf(\text{vac})}$ em função de μ para $G_V = 0, 25G_s$ e $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$ 94
- FIGURA 4.8 – M_f em função de μ para $G_V = 0, 25G_s$ e $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). Onde a curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$ 95
- FIGURA 4.9 – M_f em função de μ para $G_V = 0, 5G_s$ e $a_3 = -0, 1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$ 96

- FIGURA 4.10 – M_f em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,266865$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3), sendo que $\mu_{\text{conf}} = \Lambda = 602,3$ MeV. A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$ 97
- FIGURA 4.11 – Φ em função de μ para o conjunto RKH do modelo PNJL0 SU(3), com $G_V = 0,25G_s$ e diferentes valores de a_3 97
- FIGURA 4.12 – Φ em função de μ para o conjunto RKH do modelo PNJL0 SU(3), com $a_3 = 0,1$ e diferentes valores de G_V 98
- FIGURA 5.1 – Ω_{total} em função de μ_B para $G_V = 0,25G_s$ e para $a_3 = -0,05$, $a_3 = -0,1$, $a_3 = -0,15$ e $a_3 = -0,266865$, utilizando o conjunto RKH. 105
- FIGURA 5.2 – Fração de quarks, Y_f , em função de μ_B no equilíbrio β e neutralidade de carga para o modelo PNJL0 SU(3) com $G_V = 0,25G_s$ e para diferentes valores a_3 , utilizando o conjunto RKH. 107
- FIGURA 5.3 – Pressão total em função de μ_B para os modelos DDH δ e PNJL0 SU(3) com diferentes conjuntos de a_3 e G_V , utilizando a parametrização RKH. 111
- FIGURA 5.4 – Pressão total em função de μ_B para o modelo DDH δ -PNJL0 com diferentes conjuntos de a_3 e G_V e utilizando a parametrização RKH. 113
- FIGURA 5.5 – Pressão total em função da energia total para o modelo DDH δ -PNJL0 com diferentes conjuntos de a_3 e G_V da Tabela 5.3, utilizando a parametrização RKH. Sendo P_{trans} a pressão de transição e $\Delta\mathcal{E}_{\text{trans}}$ a variação da densidade de energia. 113
- FIGURA 5.6 – Massa da estrela híbrida sobre M_{\odot} em função do raio (km) para o modelos DDH δ -PNJL0. As bandas vermelha, marrom e verde foram extraídas das referências (DEMOREST *et al.*, 2010; ANTONIADIS *et al.*, 2013; CROMARTIE *et al.*, 2020). Os círculos, os quadrados e os diamantes com barras de erro são relacionadas a dados do NICER (RAAIJMAKERS *et al.*, 2021; MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021). 115

- FIGURA 5.7 – Pressão em função das coordenadas radiais para uma estrela de $M = 2,098M_{\odot}$ obtida a partir do modelo DDH δ -PNJL0 com os conjunto 1, 2, 3 e 4 da Tabela 5.3. As linhas verticais marcam as cavidades (*kinks*) relacionados aos núcleos de quarks para cada parametrização. 116
- FIGURA B.1 – Partículas de helicidade positiva (a) e negativa (b). Sendo k a direção do movimento e s a projeção do spin. 147
- FIGURA H.1 – Representação dos aces e dos quarks lado a lado. Figura retirada da referência (ZWEIG, 1980). 177

Lista de Tabelas

- TABELA 1.1 – Os quatro tipos de interação com seus bósons mediadores, carga elétrica, onde se manifestam, força de acoplamento e uma visão quântica de cada interação fundamental. Sendo m_P a massa do próton, e a carga do elétron e g a constante de acoplamento forte. A “?” no último diagrama denota todos os processos que podem contribuir para a interação forte entre nucleons. 25
- TABELA 2.1 – Parametrizações do modelo de sacola do MIT extraídas da referência (BUBALLA, 2005). Para cada conjunto temos a massa do quarks u , d e s , $m_u = m_d$ e m_s (contidas em x_q), respectivamente. A constante de sacola B , o parâmetro da energia do ponto zero da sacola z_0 , a constante de acoplamento forte α_s (contido em $E_{\text{pert.}}$), a massa do pión m_π e o raio da sacola do nucleon R_N 37
- TABELA 2.2 – Parametrizações do modelo NJL com dois sabores, extraídas da referência (BUBALLA, 2005). Para cada conjunto de parâmetros (Λ , G_s e m) são listados também os respectivos valores de $M_{(\text{vac})}$ obtidos. Para a determinação de cada conjunto foram utilizados os valores de $\langle \bar{\psi}_u \psi_u \rangle_{(\text{vac})}$, também listados, junto com os valores fixos de $m_\pi = 135$ MeV e $f_\pi = 92.4$ MeV. 51
- TABELA 2.3 – Parametrizações do modelo NJL SU(3). Para cada conjunto de parâmetros (G_s , K , m_f) também são listados os valores de $M_{f(\text{vac})}$ obtidos. Os conjuntos RKH, HK e LKW foram retiradas da referências (REHBERG *et al.*, 1996; HATSUDA; KUNIHIRO, 1994; LUTZ *et al.*, 1992), respectivamente. 62
- TABELA 2.4 – Parâmetros dos potenciais dados nas Equações (2.83) e (2.84). . . . 69
- TABELA 3.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo SU(2) PNJL0, juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto 3 e $G_V = 0, 25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{\text{quiral}} = 465, 637$ MeV. 83

TABELA 3.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(2), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto 3 e $a_3 = -0, 1$	85
TABELA 4.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $G_V = 0, 25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{\text{quiral}} = 372, 104$ MeV.	98
TABELA 4.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $a_3 = -0, 1$	98
TABELA 5.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo PNJL0 SU(3) em equilíbrio β e neutralidade de carga, juntamente com os valores obtidos para $\mu_{B \text{ conf}}$, $\Delta\mu_B$, μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $G_V = 0, 25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{B \text{ quiral}} = 1136, 570$ MeV e $\mu_{\text{quiral}} = 372, 104$ MeV.	105
TABELA 5.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores, dados em MeV, obtidos para $\mu_{B \text{ conf}}$, $\mu_{B \text{ quiral}}$, $\Delta\mu_B$, μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $a_3 = -0, 1$	106
TABELA 5.3 – Conjuntos determinados G_V/G_s e a_3 para o modelo PNJL0 SU(3) utilizando a parametrização RKH no qual as EOS intercedem as EOS do modelo DDH δ	112

Lista de Abreviaturas e Siglas

BCS	Bardeen-Cooper-Schrieffer
BNL	Brookhaven National Laboratory
CEP	Critical End Point
CERN	Européen pour la Recherche Nucléaire
CSC	Color Superconducting
DESY	Deutsches Elektronen-Synchrotron
DSE	Dyson-Schwinger Equations
EPNJL	Modelo <i>Entanglement</i> Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio
EOS	Equações de Estado
FAIR	Facility for Antiproton and Ion Research
GSI	Gesellschaft für Schwerionenforschung
JINR	Joint Institute for Nuclear Research
LHC	Large Hadron Collider
LQCD	Lattice Quantum Chromodynamics
MIT	Massachusetts Institute of Technology
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NICA	Nuclotron-based Ion Collider fAcility
NICER	Neutron star Interior Composition Explorer
NJL	Modelo de Nambu-Jona-Lasinio
NSQM	Non-Strange Quark Matter
PETRA	Positron-Electron Tandem Ring Accelerator
PNJL	Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio
PNJL0	Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio em $T = 0$
PQCD	Perturbative QCD
QCD	Quantum ChromoDynamics
QED	Quantum ElectroDynamics
QGP	Quark-Gluon Plasma
RHIC	Relativistic Heavy-Ion Collider
RMF	Relativistic Mean-Field model

SLAC	Stanford Linear Accelerator Center
SPG	Setor Puro de Glúons
SQM	Strange Quark Matter
TOV	Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

Lista de Símbolos

Δ	Bárion delta
N	Bárion N
Ω^-	Bárion ômega menos
e	Carga do elétron
G_s	Constante de acoplamento escalar
\mathcal{G}_s	Constante de acoplamento escalar dependente de Φ
g	Constante de acoplamento forte
G_V	Constante de acoplamento vetorial
\mathcal{G}_V	Constante de acoplamento vetorial dependente de Φ
K	Constante de mistura de sabores
\mathcal{K}	Constante de mistura de sabores dependente de Φ
h	Constante de Planck
B	Constante de sacola
A_μ^a	Campo de <i>gauge</i> gluônico
ρ_B	Densidade bariônica
ρ_e	Densidade dos elétrons
ρ_s	Densidade escalar de quarks
ρ_μ	Densidade do múons
\mathcal{E}	Densidade de energia
\mathcal{L}	Densidade de lagrangiana
ρ_0	Densidade de saturação da matéria nuclear
ρ	Densidade vetorial de quarks
ξ	Deslocamento radial relativo
Ω	Grande potencial Termodinâmico
Φ	Laço de Polyakov
M	Massa constituinte dos quarks
m	Massa corrente dos quarks
\hat{m}	Massa média dos quarks
m_π	Massa do méson pi
m_μ	Massa do múon

m_P	Massa do próton
M_\odot	Massa do sol
γ^μ	Matrizes de Dirac
λ^a	Matrizes de Gell-Mann
τ	Matrizes de Pauli
η	Méson eta
η'	Méson eta linha
K	Méson kaon
ω	Méson ômega
π	Méson pi ou pión
$g_{\mu\nu}$	Métrica do espaço de Minkowski
k_F	Momento de Fermi
N_c	Número de cores dos quarks
N_f	Número de sabores de quarks
N_s	Número de spins
μ	Potencial químico
μ_B	Potencial químico bariônico
μ_e	Potencial químico dos elétrons
μ_μ	Potencial químico dos múons
μ_{quiral}	Potencial químico da transição de fases quirais dos quarks
μ_{conf}	Potencial químico da transição de fases do confinamento dos quarks
\mathcal{U}	Potencial de Polyakov
P	Pressão
R	Raio
ψ_f	Spinor de Dirac
T_c	Temperatura crítica
$T_{\mu\nu}$	Tensor energia-momento
Λ	Tri-momento não covariante <i>cutoff</i>
c	Velocidade da luz no vácuo

Sumário

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	Bases da Cromodinâmica Quântica(QCD)	28
2	MODELOS FENOMENOLÓGICOS DA QCD	35
2.1	Modelo de sacola do MIT (<i>MIT bag model</i>)	36
2.1.1	Termodinâmica do <i>MIT bag model</i>	38
2.1.2	Termodinâmica do <i>MIT bag model</i> em $T = 0$	40
2.2	Modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) em $T = 0$	41
2.2.1	Versão em 2 sabores, SU(2)	42
2.2.2	Equações de estado em SU(2)	45
2.2.3	Termodinâmica em SU(2)	50
2.2.4	Versão em 3 sabores, SU(3)	59
2.2.5	Transição de fases quiral em SU(3)	62
2.3	Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL)	65
2.3.1	Setor puro de glúons	66
2.3.2	Equações de estado do modelo PNJL em $T \neq 0$	70
3	MODELO DE POLYAKOV-NAMBU-JONA-LASINIO SU(2) EM TEM- PERATURA NULA	73
3.1	Equações de estado do modelo PNJL0 SU(2)	74
3.2	Soluções de $\Phi \neq 0$ para o modelo PNJL0 SU(2)	76
3.3	Transição de fases do confinamento/desconfinamento em $T = 0$	78
3.4	Fase quarkônica	81
3.4.1	Efeitos de a_3 e G_V	83

4	MODELO DE POLYAKOV-NAMBU-JONA-LASINIO SU(3) EM TEMPERATURA NULA	86
4.1	Equações de estado do modelo PNJL0 SU(3)	87
4.2	Soluções de $\Phi \neq 0$ para o modelo PNJL0 SU(3)	89
4.3	Transição do confinamento/desconfinamento para o modelo PNJL0 SU(3)	91
4.4	Fase quarkiônica e os efeitos de G_V e a_3	96
5	APLICAÇÕES DO MODELO PNJL0	99
5.1	Strange quark matter (SQM)	100
5.2	Modelo PNJL0 SU(3) no regime de equilíbrio beta e neutralidade de carga	101
5.3	Modelo relativístico de campo médio DDH δ	107
5.4	Estrelas híbridas compactas usando o modelo PNJL0 SU(3)	111
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	119
	REFERÊNCIAS	124
	APÊNDICE A – NOTAÇÕES, CONVENÇÕES E DEFINIÇÕES	140
	APÊNDICE B – SIMETRIA QUIRAL	145
	APÊNDICE C – APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO	151
	APÊNDICE D – CÁLCULO DAS DENSIDADES DE QUARKS E DO POTENCIAL QUÍMICO DO MODELO NJL	153
	D.1 Densidade vetorial de quarks (ρ)	154
	D.2 Densidade escalar de quarks (ρ_s)	157
	D.3 Potencial químico dos quarks (μ)	164
	APÊNDICE E – APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO PARA A DENSIDADE LAGRANGIANA DA MISTURA DE SABORES	167
	APÊNDICE F – MATÉRIA SIMÉTRICA DE QUARKS	170
	APÊNDICE G – SIMETRIA DE CENTRO $\mathbb{Z}(N_c)$	172
	APÊNDICE H – OITO CAMINHOS QUE LEVAM AOS QUARKS: UMA BREVE HISTÓRIA DOS QUARKS	175

1 Introdução

Desde antes da criação efetiva da ciência, a humanidade sempre buscou mais e mais conhecimento, primeiramente a partir de pensamentos filosóficos e da razão. Anaxágoras, o primeiro físico, propôs que não se criava matéria do nada e que essa também não deixava de existir do nada (um princípio muito conhecido na física atual). Aristóteles, considerado o primeiro cientista, criou o método empírico para investigar os fenômenos da natureza. Ambos mostraram ao longo da história a importância da ciência, razão e filosofia no desenvolvimento da humanidade. De maneira a sempre buscar qual seria o próximo fenômeno natural a ser estudado e explicado, o desenvolvimento da ciência culminou em diversas descobertas, teorias, experimentos e leis. Talvez a grande descoberta da ciência que ressoa até a atualidade é a confirmação da existência do átomo, proposto na Grécia antiga, e que conseqüentemente nos levou às descobertas do núcleo atômico, os hádrons, os quarks, os glúons e conseqüentemente à criação do Modelo Padrão da Física de Partículas (PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022). O Modelo Padrão surge como a principal teoria que descreve os fenômenos, interações e comportamento do mundo microscópico. Este por sua vez engloba os fenômenos descritos pelas teorias da Eletrodinâmica Quântica (QED, do inglês, *Quantum ElectroDynamics*), Sabordinâmica Quântica (do inglês, *Quantum Flavordynamics*) e Cromodinâmica Quântica (QCD, do inglês, *Quantum ChromoDynamics*), incorporando três das interações fundamentais (eletromagnética, fraca e forte). Vale ressaltar que somente a interação gravitacional não foi devidamente incorporada (ainda!) ao Modelo Padrão, uma vez que as ondas gravitacionais foram recentemente detectadas e seu campo está começando a ser explorado. Uma descoberta que sem dúvidas expandiu e continuará expandindo as vastas fronteiras da Física. Tais interações têm suas principais características listadas na Tabela 1.1 (HALZEN; MARTIN, 1984; HUANG, 1992; PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022; PESKIN; SCHROEDER, 1995).

Das teorias abrangidas pelo Modelo Padrão, a que mais nos interessa para este trabalho é a QCD. A Cromodinâmica Quântica teve início na tentativa de Murray Gell-Mann de corretamente descrever os hádrons utilizando a teoria matemática *eightfold way* (GELL-MANN, 1961; GELL-MANN, 1962), de modo que estes estivessem de acordo com os últimos resultados adquiridos pelos aceleradores de partículas da época. Sendo assim, Gell-Mann propôs que os hádrons fossem compostos por partículas mais fundamentais ainda (inicial-

TABELA 1.1 – Os quatro tipos de interação com seus bósons mediadores, carga elétrica, onde se manifestam, força de acoplamento e uma visão quântica de cada interação fundamental. Sendo m_P a massa do próton, e a carga do elétron e g a constante de acoplamento forte. A “?” no último diagrama denota todos os processos que podem contribuir para a interação forte entre nucleons.

Interação	Gravitacional	Fraca	Eletromagnética	Forte
Bósons mediadores	g (Graviton)	W^\pm e Z (Bósons fracos)	γ (Fóton)	g_i (Glúons) ($i = 1, \dots, 8$)
Carga (Q)	0	$\pm 1, 0$	0	0
Manifestação	Mecânica Celeste	Radioatividade β	Todo o mundo	Ligações Nucleares
Força de acoplamento	$\frac{\gamma m_P^2}{\hbar c} = 5.76 \times 10^{-36}$	$Gm_P^2 = 1.01 \times 10^{-5}$	$\frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137,036}$	$\frac{g^2}{4\pi\hbar c} = 10$
Visão quântica				

mente 3 dessas), os quarks (GELL-MANN, 1964). De maneira independente outro grande físico, George Zweig, chegou exatamente ao mesmo resultado e praticamente ao mesmo tempo que Gell-Mann (ZWEIG, 1964)¹. Em 1968, os quarks tiveram sua existência comprovada por experimentos conduzidos no SLAC (do inglês, *Stanford Linear Accelerator Center*), o que rendeu a Gell-Mann o Prêmio Nobel em física de 1969 e posteriormente o Prêmio Nobel em física de 1990 a Jerome I. Friedman, Henry W. Kendall e Richard E. Taylor por encontrarem importantes evidências dessas partículas (RIORDAN, 1992; TAYLOR, 1991). O elemento fundamental da interação forte que restava ser descoberto era seu bóson mediador, o glúon. Este tendo sua primeira evidência experimental em 1979 através de experimentos realizados no DESY (do alemão, *Deutsches Elektronen-Synchrotron*) utilizando o acelerador PETRA (do inglês, *Positron-Electron Tandem Ring Accelerator*) (ELLIS, 2014), fechando a década de 70 com a consolidação da QCD como uma teoria essencial para a física de partículas.

O grande intuito e desafio da QCD é classificar e descrever todos os fenômenos hadrônicos em termos de graus de liberdade de quarks e glúons. Porém, esta não é uma tarefa simples devido aos comportamentos distintos, em altas e baixas energias, manifestados pela QCD. Para os processos no regime de altas energias ($Q > 1 \text{ GeV}$)² podemos recorrer a teoria da perturbação para auxiliar na descrição dos fenômenos. Entretanto, em regime de baixas energias ($Q < 1 \text{ GeV}$) a QCD apresenta caráter não perturbativo, refletindo em fenômenos como o confinamento dos quarks e glúons e a quebra dinâmica da simetria quiral. Essa dualidade de comportamento (perturbativo e não perturbativo) torna o estudo analítico da QCD muito complexo. Atualmente, temos somente pistas de como realizar a

¹Veja o Apêndice H.

²Quando $\lambda_{\text{QCD}} = 200 \text{ MeV}$, onde Q é a transferência de momento invariante (PESKIN; SCHROEDER, 1995).

unificação de toda a QCD, sendo algumas delas a estrutura não perturbativa do vácuo, a quebra dinâmica da simetria quiral, a anomalia $U_A(1)$ e o sucesso dos modelos de quarks constituintes (PAGELS, 1975; SHURYAK, 1980; 't HOOFT, 1986). Mais a frente falaremos sobre essas características tão importantes para o entendimento da QCD.

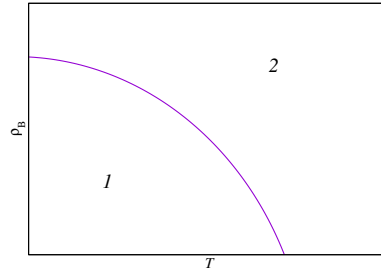


FIGURA 1.1 – Primeiro Diagrama esquemático de fases termodinâmicas da matéria fortemente interagente, sendo a densidade bariônica (ρ_B) em função da temperatura (T). Neste diagrama temos os quarks confinados na região 1 (fase hadrônica) e desconfinados na fase 2 (QGP). Figura adaptada da referência (CABIBBO; PARISI, 1975).

Alvo de largo estudo teórico e experimental, as fases termodinâmicas da matéria fortemente interagente são de extrema importância para o completo entendimento da QCD. O primeiro diagrama de fases esquemático foi proposto por N. Cabibbo e G. Parisi em 1975 (CABIBBO; PARISI, 1975) e somente continha duas fases distintas, a fase hadrônica e a fase do plasma de quarks e glúons (QGP, do inglês, *Quark-Gluon Plasma*), sendo a transição entre os dois estados da matéria de segunda ordem. Na primeira fase, os quarks e glúons estariam confinados no interior dos hádrons (bárions ou mésons), já na segunda fase, os quarks e glúons estariam completamente desconfinados, assim como mostrado na Figura 1.1. Atualmente existem diagramas de fases da QCD mais complexos e completos que apresentam outras fases da matéria além das duas exibidas no diagrama original da QCD. Existe muito esforço e empenho para a construção correta das delimitações entre as regiões da matéria e onde/quando ocorrem transições de fase de primeira ordem, segunda ordem e os *crossover*, veja a Figura 1.2. As transições de fase de primeira ordem são caracterizadas pela sua descontinuidade no momento da mudança de fase, onde pode-se distinguir as duas fases da matéria, assim como acontece na transição líquido-gás da água. Este tipo de transição de fases é caracterizada por uma descontinuidade na primeira derivada da energia livre em relação ao parâmetro de ordem. Para as transições de fase de segunda ordem, a transição entre as regiões ocorre após se alcançar um ponto crítico e assim a matéria muda de fase de forma contínua, ou seja, sem poder se distinguir em qual fase o sistema está. Já as transições do tipo *crossover* são caracterizadas por uma lenta e suave mudança de fase da matéria. Outro ponto de discussão na comunidade científica é a onde ocorre a conexão entre a linha das transições de primeira ordem com a linha dos *crossover*, ou seja, a localização do denominado ponto crítico final (CEP, do inglês, *Critical End Point*). O CEP relacionado a simetria quiral, proposto inicialmente por A. Masayuki e Y. Koichi em 1989, ainda é alvo de muitos estudos através de modelos fe-

nomenológicos e simulações computacionais (MASAYUKI; KOICHI, 1989; BUBALLA, 2005). O ponto de encontro entre as linhas das transições de fase de primeira e segunda ordem é designado como ponto tricrítico (BERGES; RAJAGOPAL, 1999; BERGES, 1998). Outro ponto relevante acerca das transições de fase da matéria fortemente interagente é o estudo realizado através do *plot* de Columbia ao qual é criado a partir de simulações de rede nas quais são variadas e comparadas as massas dos quarks leves e estranho afim de distinguir diferentes regimes de simetria da QCD. Este estudo nos indica o tipo de transição de fases relacionada a QCD que possivelmente ocorre no mundo real. Alguns estudos apontam que todas as transições de fase relacionadas a matéria fortemente interagente são *crossovers* (FORCRAND; PHILIPSEN, 2007). Entretanto, ao que tudo indica as transições de fase de primeira ordem ocorrem nos extremos da matéria fortemente interagente (próximo ao limite quiral e no setor puramente de glúons), enquanto que as demais regiões da matéria as transições de fase seriam do tipo *crossover*, veja as referências (FUKUSHIMA, 2008a; CUTERI *et al.*, 2018; DENKE, 2015).

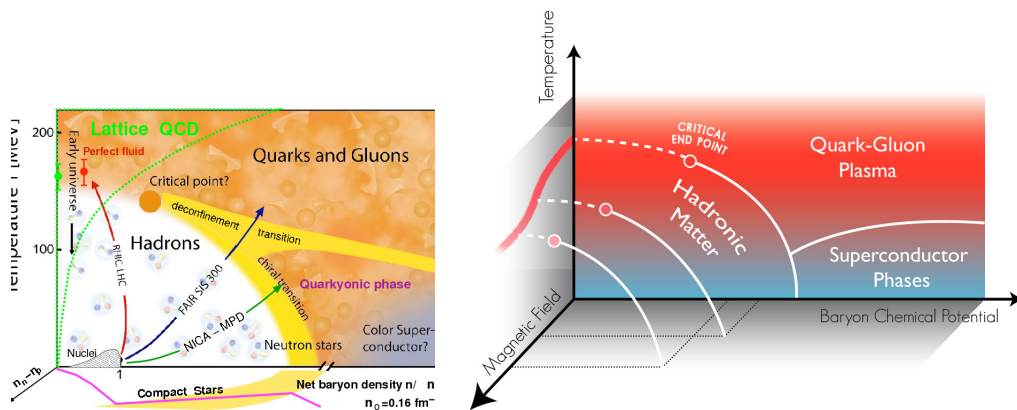


FIGURA 1.2 – Diagramas de fase esquemáticos da matéria fortemente interagente mais recentes. Veja as referências (MCLERRAN, 2009a) e (COSTA *et al.*, 2018).

De grande interesse são as fases da matéria fortemente interagente em regimes extremos (altas densidades e temperaturas). A exemplo disto, temos a região de baixas temperaturas e altas densidades, onde ocorre a fase de supercondutividade de cor (CSC, do inglês, *Color Superconducting*) (ALFORD *et al.*, 2008). Ainda há a fase chamada de matéria quarkônica (do inglês, *quarkyonic matter*), região onde os quarks já não apresentam massa, porém ainda encontram-se confinados no interior dos hádrons (MCLERRAN, 2009b). A influência de campos eletromagnéticos externos na QCD também é alvo de grande estudo, principalmente para o estudo de estrelas, pulsares e objetos astrofísicos. Outra fase de extrema importância é a QGP, que acredita-se ter ocorrido nos primórdios do universo, logo após o *Big Bang*, quando o universo se encontrava extremamente denso e quente. O grande desafio experimental é a recriação destas fases termodinâmicas da matéria que interage fortemente, sendo esta missão do LHC (do inglês, *Large Hadron Collider*) no CERN (do francês, *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*), do

RHIC (do inglês, *Relativistic Heavy-Ion Collider*) no BNL (do inglês, *Brookhaven National Laboratory*) e futuramente do FAIR (do inglês, *Facility for Antiproton and Ion Research*) no *GSI Helmholtz Centre for Heavy Ion Research* (do alemão, *Gesellschaft für Schwerionenforschung*) e do NICA (do inglês, *Nuclotron-based Ion Collider fAcility*) no JINR (do inglês, *Joint Institute for Nuclear Research*).

1.1 Bases da Cromodinâmica Quântica(QCD)

Além dos tipos de quarks, chamados de “sabores”, sendo eles *up*, *down*, *strange*, *charm*, *top* e *bottom*, estes carregam um tipo de carga denominada de “carga de cor”, podendo esta ser vermelha, azul ou verde (do inglês, *red*, *blue*, *green*, respectivamente). Já os antiquarks podem carregar as cargas de cor ciano, amarelo ou magenta (do inglês, *cyan*, *magenta*, *yellow*, respectivamente). As cargas de cor da QCD por sua vez têm função idêntica às das cargas elétricas da QED. Segundo as regras de soma da QCD, somente podemos isolar um quark “sem cor” ou de cor “branca”, da mesma forma sempre devemos observar hádrons de cor “branca” (GREINER *et al.*, 2007), veja o diagrama de cores na Figura 1.3, onde os hádrons são compostos por pares de quarks e antiquarks (denominados mésons) ou por trios de quarks (denominados bárions).

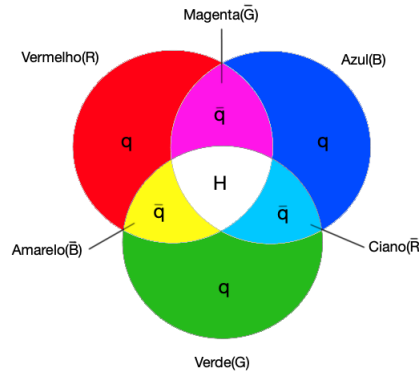


FIGURA 1.3 – Diagrama da composição das cargas de cores da QCD para os quarks. As cores vermelha, azul e verde remetem aos quarks (q). As cores ciano, magenta e amarelo remetem aos antiquarks (\bar{q}). A região central branca refere-se aos hádrons (H) sem cor compostos pelos quarks com cor.

Assim como toda teoria quântica de campos, a QCD também pode ser descrita a partir de uma lagrangiana. A densidade lagrangiana clássica da QCD com simetria de cor SU(3) local é escrita como (HATSUDA; KUNIHIRO, 1994; WEINBERG, 1995; FRITZSCH *et al.*, 1973)

$$\mathcal{L}_{QCD}^{clássica} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu D^\mu - m_q) \psi_f - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

onde ψ_f denota o campo dos quarks de N_f sabores (u , d , s , c , t , b) e três graus de

liberdade de cor (N_c). $m_q = \text{diag}(m_u, m_d, m_s, \dots)$ é a matriz de massa corrente dos quarks, γ^μ são as matrizes de Dirac, $D_\mu \equiv \partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2}A_\mu^a$ é a derivada covariante com o campo de *gauge* (campo gluônico) A_μ^a ($a = 1 \sim 8$), g a constante de acoplamento forte e λ^a são as matrizes geradoras do grupo $SU(3)$, chamadas de matrizes de Gell-Mann (GELL-MANN, 1964). O tensor $G_{\mu\nu}^a$ é definido como $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c$, sendo que f_{abc} carrega as constantes de estrutura da QCD. Porém, o estudo da QCD a partir de sua densidade lagrangiana não é tão simples devido ao comportamento do acoplamento entre os quarks e glúons, que aumenta com a diminuição da energia (ou equivalentemente aumenta com a distância), este comportamento é o oposto do observado na QED. Para melhor compreendermos esse comportamento façamos uma analogia com um elástico. Quanto mais esticamos o elástico, maior é a tensão entre suas extremidades. Entretanto, ao se aproximar as extremidades do elástico, a tensão vai diminuindo até se anular, veja a Figura 1.4. Dessa maneira, para regimes de baixa transferência de momentos (região infravermelha, baixa energia, longas distâncias) o acoplamento quark-glúon é extremamente grande, resultando em fenômenos como o confinamento de quarks e glúons e a quebra dinâmica da simetria quiral. Para regimes de alta transferência de momentos (região ultravioleta, alta energia, curtas distâncias) o acoplamento desaparece e quarks se comportam como partículas quase livres no interior de hádrons, este fenômeno é conhecido como liberdade assintótica (do inglês, *asymptotic freedom*) (GROSS; WILCZEK, 1973a; GROSS; WILCZEK, 1974; GROSS; WILCZEK, 1973b; POLITZER, 1973). A descoberta deste efeito rendeu o Prêmio Nobel em física de 2004 a D. J. Gross, F. Wilczek e H. D. Politzer.

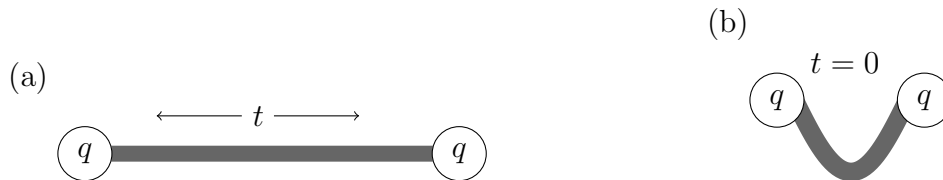


FIGURA 1.4 – Diagrama esquemático exemplificando o comportamento do acoplamento entre quarks e glúons através de analogia com as forças aplicadas por um elástico. Sendo t a tensão no elástico e q os quarks interagentes. Na situação (a) (baixas energias), a tensão no elástico esticado é grande e conforme esticamos mais intenso se torna essa tensão entre as extremidades q . Na situação (b) (altas energias), a tensão no elástico já não existe devido a proximidade entre as extremidades q .

Por conta deste comportamento complexo da interação entre quarks e glúons, o estado fundamental da QCD deve ter uma estrutura não trivial. Essa estrutura impacta também nas propriedades dos estados de excitação elementares do estado fundamental, isto é, afeta os mésons e bárions. A presença de valores esperados no vácuo diferentes de zero para alguns operadores são fortes evidências de que a estrutura do vácuo da QCD é não perturbativa. Podemos ver um exemplo disto através da relação de Gell-Mann-Oakes-

Renner (GELL-MANN *et al.*, 1968), dada por

$$f_\pi^2 m_\pi^2 \simeq -\hat{m} \langle \bar{\psi}_u \psi_u + \bar{\psi}_d \psi_d \rangle_{\text{vac}}, \quad (1.2)$$

$$\hat{m} = \frac{(m_u + m_d)}{2}, \quad (1.3)$$

onde f_π e m_π são a constante de decaimento e a massa do pión, respectivamente. \hat{m} é a massa média dos quarks u e d , m_u é a massa do quark up , m_d é a massa do quark $down$ e $\langle \bar{\psi}_u \psi_u + \bar{\psi}_d \psi_d \rangle_{\text{vac}}$ é a soma dos condensados de quarks no vácuo. Tomando o valor conhecido para $f_\pi = 93$ MeV e $\hat{m} = (7 \pm 2)$ MeV obtemos

$$\langle \bar{\psi}_u \psi_u \rangle \simeq \langle \bar{\psi}_d \psi_d \rangle \simeq [-(225 \pm 25) \text{ MeV}]^3, \quad (1.4)$$

a um potencial químico quadrado igual a $\mu^2 = 1$ GeV. Isto significa que o estado fundamental da QCD é composto por pares de condensados de quarks e antiquarks. Esse comportamento do vácuo da QCD é análogo ao estado fundamental da teoria da supercondutividade, também conhecida como teoria de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), onde formam-se condensados de elétrons em pares de Cooper, $\langle \Psi_{e\uparrow} \Psi_{e\downarrow} \rangle \neq 0$ (BARDEEN *et al.*, 1957).

Pesquisas em todos os setores de quarks mostram que também há a formação de condensados de glúons no vácuo com valores não nulos (DOSCH, 1987; SHIFMAN *et al.*, 1979)

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \right\rangle = (350 \pm 30 \text{ MeV})^4, \quad (1.5)$$

onde α_s é a constante de acoplamento efetiva. Os observáveis $\bar{\psi}_f \psi_f$ e $G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$ estão intimamente ligadas às propriedades das simetrias da lagrangiana da QCD, como por exemplo a simetria quiral global³, sob as transformações

$$\psi \rightarrow e^{i\sigma \cdot \omega \gamma^5 / 2} \psi, \quad (1.6)$$

$$\psi_R \rightarrow e^{-i\beta} \psi_R, \quad \psi_L \rightarrow e^{i\beta} \psi_L, \quad (1.7)$$

sendo σ as matrizes de Pauli, $\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi$ e $\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi$ são os spinores levógiros (mão esquerda, do inglês *left-handed*) e dextrógiros (mão direita, do inglês *right-handed*), respectivamente. No limite quiral ($m_f = 0$) a lagrangiana da QCD (1.1) é invariante frente as transformações da simetria quiral (1.6), quando essa também é invariante sob as transformações (1.7) da simetria $U_L(N_f) \otimes U_R(N_f)$, o que fisicamente quer dizer que temos as cargas dos quarks *left-handed* e *right-handed* conservados separadamente, ou seja, um total desacoplamento entre ψ_L e ψ_R . Entretanto, quando tratamos

³Veja o Apêndice B.

a simetria $U_A(1)$ vemos que esta é quebrada a nível quântico, levando à anomalia axial $U_A(1)$ se mostrando não ser uma simetria real da QCD (t HOOFT, 1986; BUBALLA, 2005). Como na prática temos quarks com massas não nulas ($m_f \neq 0$), temos a simetria $SU_L(N_f) \otimes SU_R(N_f)$ (simetria quiral) violada explicitamente pela existência do condensado de quarks não nulo no vácuo $\langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle \neq 0$. Isto também implica que temos um valor não nulo para o estado do vácuo da QCD, $\mathcal{Q}^a|0\rangle \neq |0\rangle$ (PAGELS, 1975).

Se analisássemos somente o setor dos quarks leves (u e d) poderíamos considerar o vácuo da QCD como “praticamente” invariante frente a simetria quiral, uma vez que os quarks leves têm sua massa da ordem de 10 MeV e estão numa escala energética muito menor do que a escala de energia hadrônica, aproximadamente da ordem de 10 GeV (PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022), podendo ser consideradas insignificantes. Entretanto, se isto fosse verídico deveríamos detectar hádrons com pares quirais, sendo estes de mesma massa e paridades opostas. Porém, não observamos isto experimentalmente, indicando que a simetria quiral realmente é quebrada espontaneamente no vácuo. Outra indicação de que a quebra espontânea da simetria quiral realmente ocorre vem do teorema de Goldstone (GOLDSTONE, 1961; GOLDSTONE *et al.*, 1962; PESKIN; SCHROEDER, 1995), onde este relaciona a quebra espontânea de uma simetria global contínua com a existência de uma partícula sem massa e sem spin, os chamados bósons de Goldstone. Se interpretarmos os píons como sendo os correspondentes aos bósons de Goldstone (em $SU(2)$), se a simetria quiral fosse exata na lagrangiana da QCD, ou seja, no limite quiral ($m_f = 0$), deveríamos observar píons de massa zero também, o que não acontece. Para explicitar melhor isso podemos fazer uma analogia ao ferromagneto de Heisenberg, que passa de um estado magnetizado (magnetização finita) para um desmagnetizado (magnetização zero) ao se aumentar sua temperatura. Esta mudança de estado é realizada através de uma transição de fases de segunda ordem quando não há campos magnéticos externos, ou seja, totalmente isolado de qualquer outro magneto. Entretanto, no mundo real sempre haverá um outro magneto (um campo magnético externo de fundo) próximo o que impede da desmagnetização total nunca seja alcançada e assim a transição da fase magnetizada para a desmagnetizada ocorre por um *crossover*. Assim, para a QCD podemos nos referir a massa de corrente dos quarks como um campo de fundo que impede o condensado quiral de alcançar valores nulos e consequentemente impede a existência de um pión de massa zero. Isto é mais uma forte evidência para a veracidade da violação espontânea da simetria quiral no vácuo. Como o responsável por esta quebra é o condensado $\langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle$, este torna-se um excelente parâmetro de ordem para as transições de fase da simetria quiral.

Isto nos leva ao sucesso dos modelos de quarks de massa constituintes que simplesmente assumem que os quarks interagem muito fracamente no interior dos hádrons. Deste modo, devido à existência do termo $\langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle \neq 0$ no vácuo, surge o mecanismo de geração

dinâmica de massa dos quarks. Podemos expressar o condensado de quarks como

$$\langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle = -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} S_F(p), \quad (1.8)$$

onde $S_F(p)$ é o propagador dos férmions no espaço dos momentos, dado por

$$S_F(p) = \frac{\not{p} + M}{p^2 - M^2 + i\varepsilon}. \quad (1.9)$$

Este é o resultado da equação autoconsistente⁴ com a interação de contato de quatro férmions. Este mecanismo está intimamente ligado ao fato de termos um valor não nulo para o condensado de quarks no vácuo. Assim, toda a ideia de massa constituinte dos quarks é suplementada pela dinâmica da quebra de simetria representada por hamiltonianas

$$H_{\text{QCD}} = H_{\text{quark sem massa}} + H_{\text{glúon sem massa}} + V_{\text{int}} = H_{\text{quark massivo}} + \nu_{\text{int}}, \quad (1.10)$$

sendo ν_{int} a interação entre os quark massivos, sendo esperado que seja menor que a interação entre os quarks não massivos $V_{\text{int}} \gg \nu_{\text{int}}$. Estes quarks massivos criados através da quebra de simetria quiral são uma boa base para a QCD. Entretanto, isto não é suficiente para descrevê-la em toda sua plenitude, visto que ainda temos as diferenças já citadas de comportamentos da QCD em diferentes regimes de distância. Assim, outros métodos devem ser levados em conta para descrever a QCD nessas regiões de comportamentos distintos. Um desses métodos é a QCD na rede ou LQCD (do inglês, *Lattice Quantum ChromoDynamics*) (KOGUT, 1979; KOGUT, 1983; ROTHE, 2012), que se baseia em simulações computacionais da ação da QCD (S_{QCD}) a fim de resolver funções geradoras do tipo

$$Z = \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{iS_{\text{QCD}}}. \quad (1.11)$$

A resolução da função Z acontece a partir de discretizações do espaço-tempo e de rotações de Wick transformando Z em

$$Z = \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-S_{\text{QCD}}}, \quad (1.12)$$

o que torna a resolução desta função equivalente a um problema de Mecânica Estatística, sendo este resolvido através de simulações numéricas principalmente utilizando métodos de Monte Carlo. Mesmo extremamente poderosa, a LQCD sofre de alguns problemas intrínsecos, como a necessidade de extrapolar os resultados quando há espaçamentos de rede

⁴Também conhecida como equação de Schwinger-Dyson. As equações autoconsistentes são caracterizadas como expressões matemáticas que têm dependência explícita de si própria e muitas vezes somente podem ser resolvidas de maneira computacional. Por exemplo, $x(v, k) = v(y) + k(x(v, k))$.

tendendo zero, o alto custo computacional e o infame “problema do sinal” (MUROYA *et al.*, 2003). Outro método bastante utilizado é o das equações de Dyson-Schwinger (DSE, do inglês, *Dyson-Schwinger Equations*) (ALKOFER; von SMEKAL, 2001; ROBERTS; WILLIAMS, 1994), que geram funções de Green derivadas a partir do funcional Z , sendo um conjunto infinito de equações integrais que devem ser truncadas em algum momento. Vale lembrar que em geral as DSE são resolvidas no espaço euclidiano⁵ e que a LQCD é uma teoria definida no espaço euclidiano, o que limita sua capacidade de descrever a QCD, já que esta é definida no espaço de Minkowski. Uma solução para este problema é utilizar a representação de Nakanishi para resolver as DSE ou a equação de Bethe-Salpeter⁶ (FREDERICO *et al.*, 2012; PAULA *et al.*, 2017).

Podemos também abordar a QCD não perturbativa através de teorias efetivas, onde estas tentam replicar o máximo da fenomenologia da QCD. Vale ressaltar que teorias efetivas negligenciam certos fenômenos em favor de outros, o que não as fazem teorias ruins, isto por que muitas vezes é de maior interesse um fenômeno em relação a outro e assim pode-se eliminar os graus de liberdade que não são interessantes. Mesmo assim, as teorias efetivas em sua maioria são muito bem aceitas e muito bem sucedidas. Para o caso da QCD de baixas energias, temos alguns pontos importantes que uma teoria efetiva deveria abranger, sendo eles a teoria ser baseada no modelo de quarks de massa constituinte, ter a quebra dinâmica da simetria quiral e por fim ter graus de liberdades na escala de energia menor que a do *cutoff* $\Lambda \leq 1$. Abordaremos neste trabalho alguns dos principais modelos efetivos da QCD, como o modelo de sacola do MIT (do inglês, *MIT bag model*), o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) e o modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL). No Capítulo 2 apresentaremos os três modelos efetivos citados. No Subcapítulo 2.1 trataremos do modelo de sacola do MIT. No Subcapítulo 2.2 apresentaremos o modelo NJL em temperatura zero nas suas versões de dois e três sabores, mostrando as principais diferenças entre os dois. No Subcapítulo 2.3, discutiremos o modelo PNJL. Mostraremos como suas equações retornam para as mesmas do NJL quando estamos em temperatura nula, ou seja, o modelo perde toda sua fenomenologia do confinamento que foi adicionada no regime de temperatura finita ($T > 0$). No Capítulo 3, propomos o modelo PNJL em $T = 0$ (PNJL0), em sua versão de dois sabores, sendo uma extensão do modelo PNJL convencional. Já no Capítulo 4, propomos o modelo PNJL0 em sua versão com três sabores e como a inserção do quark estranho modifica sua termodinâmica em relação a sua versão de dois sabores. Mostraremos que estes novos modelos são definidos a partir de uma alteração nas constantes de acoplamento do modelo NJL em temperatura zero, de modo que este mantém a fenomenologia do confinamento/desconfinamento mesmo em $T = 0$. Ainda neste capítulo, discutiremos como é descrita a termodinâmica do modelo, como os canais de acoplamento interferem nas diversas fases termodinâmicas que o mo-

⁵As DSE também podem ser escritas no espaço de Minkowski.

⁶Teoria que já é definida no espaço de Minkowski.

delo apresenta e como a influência do quark estranho impulsiona a restauração da simetria quirial. No Capítulo 5 discutiremos as aplicações do modelo PNJL0, mais especificamente sua aplicação na modelagem de estrelas híbridas compactas. Ainda neste capítulo, estruturaremos o modelo PNJL0 SU(3) no regime de equilíbrio β e neutralidade de carga, o modelo usado na descrição da matéria hadrônica e analisaremos a transição de fases hádron-quark. Apresentaremos os perfis de massa-raio das estrelas e compararemos com recentes dados observacionais para definir se as estrelas obtidas pelo modelo hádron-quark que usaremos é estável ou não. Por fim, no Capítulo 6 exibiremos nossas conclusões e perspectivas futuras.

No Apêndice A contém as notações, convenções e definições usadas ao longo deste trabalho. O Apêndice B descreve o conceito da simetria quirial em um modelo fermiônico. Demonstramos no Apêndice C como é a aproximação do campo médio. Já no Apêndice D abordamos o cálculo detalhado da densidade vetorial e escalar dos quarks e do potencial químico do modelo NJL. O Apêndice E contém o cálculo detalhado do termo da mistura de sabores na aproximação do campo médio no modelo NJL. Descrevemos no Apêndice F como implementamos o regime de matéria simétrica de quarks. Já no Apêndice G versamos acerca da simetria de centro. Por fim, no Apêndice H contamos uma breve história sobre os quarks, descrita do ponto de vista de um dos seus progenitores.

2 Modelos fenomenológicos da QCD

Como discutimos no capítulo passado, a Cromodinâmica Quântica apresenta comportamentos (perturbativo e não perturbativo) muito distintos em diferentes regimes de energia, o que nos leva muitas vezes a buscar soluções diferentes das convencionais utilizadas em outras teorias. No caso do regime não perturbativo, a utilização de teoria efetivas é uma opção bastante utilizada. As teorias efetivas focam em explicar determinadas fenomenologias apresentadas pela teoria original. Desta forma, pode-se abranger diversos aspectos da QCD em particular, é isso que trataremos neste capítulo.

Temos algumas pistas de como se criar uma teoria efetiva para a QCD em baixas energias, sendo elas:

- A teoria deve ser formulada como uma teoria efetiva de quarks, podendo ser a base para um modelo de quarks constituintes. Portanto a teoria é escrita em termos de graus de liberdade de quarks.
- A teoria deve ter a mesma simetria quiral global da lagrangiana da QCD e também incluir a dinâmica da quebra da simetria quiral.
- A escala energética da teoria deve se manter em torno de 1 GeV e toda a dinâmica a curtas distâncias acima deste valor deve ser tratada como uma perturbação insignificante.

Dito isto, discutiremos neste capítulo as principais características de diferentes modelos efetivos da QCD, tais como o modelo de sacola do MIT, o modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) e o modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL), modelos que atendem aos critérios acima expostos para a criação de um modelo efetivo para a QCD.

Um aspecto central deste capítulo é a descrição dos modelos NJL e PNJL, sendo o último uma versão aprimorada do primeiro. O modelo NJL se baseia na violação espontânea da simetria quiral no vácuo através dos condensados de quark e não exibe nenhuma dinâmica de confinamento consigo. Enquanto o PNJL traz consigo toda a dinâmica existente no NJL e o complemento do desconfinamento dos quarks em temperatura diferente de zero. Veremos também como este modelo perde sua principal contribuição quando

a $T = 0$. Ambos trabalham em regimes onde a simetria quiral exerce um papel mais importante que outros efeitos da QCD. Assim sendo, os condensados têm um papel de extrema importância. Focaremos nossos esforços em estudar modelos efetivos que estão em $T = 0$, porém devemos ressaltar que de um ponto de vista físico não há diferença em adotarmos, por exemplo, $T = 10$ MeV ou $T = 30$ MeV e adotarmos o regime de temperatura nula, uma vez que $1 \text{ MeV} = 11604525006 \text{ K}$ e a temperatura dos núcleos de estrelas compactas podem atingir temperaturas da ordem de $10^{11} \text{ K} \approx 86 \text{ MeV}$. Desse modo, definir o modelo em $T = 0$ traz vantagens (simplifica a matemática do modelo) e desvantagens (como efeitos de emparelhamento) que podem não ser levados em conta nestes modelos. Assim, sendo mais preciso estes modelos estão próximos a temperatura zero. Iniciaremos este capítulo com uma breve descrição do modelo de sacola do MIT, seguido do NJL e por fim o modelo PNJL.

2.1 Modelo de sacola do MIT (*MIT bag model*)

Criado em meados da década de 70, o modelo de sacola do MIT (*MIT bag model*) inicialmente foi proposto como um modelo hadrônico microscópico (CHODOS *et al.*, 1974b; CHODOS *et al.*, 1974a; DEGRAND *et al.*, 1975). Com o surgimento da QCD, o *MIT bag model* se tornou um dos primeiros modelos efetivos de quarks da história. No modelo os hádrons são constituídos por quarks que interagem fracamente confinados em uma região chamada de “sacola”. Na Figura 2.1 ilustramos a ideia básica do *MIT bag model*. O confinamento dos quarks neste caso não é algo dinâmico, mas sim imposto no modelo como uma condição de contorno definida pelo parâmetro livre B , chamado de constante de sacola. A constante B é adicionada na densidade de energia como uma contribuição positiva e na pressão como uma contribuição negativa, no interior da sacola. Equivalentemente, no exterior da sacola atribuímos valores para a densidade de energia e pressão do vácuo não trivial do modelo. Deste modo, temos para a região externa a sacola uma densidade de energia do vácuo $\mathcal{E}_{(\text{vac})} = -B$ e pressão do vácuo $P_{(\text{vac})} = +B$, esta é uma forma de estabilizar os resultados do hádron balanceando a pressão exercida internamente causada pelos quarks com a exercida externamente pelo vácuo.

Se considerarmos uma sacola esfericamente estática de raio R podemos calcular a massa do hádron gerado no modelo de sacola do MIT, dado pela soma (BHADURI, 1988)

$$E_{\text{BM}} = \frac{4\pi}{3}BR^3 - \frac{z_0}{R} + \frac{1}{R} \sum_q x_q + E_{\text{pert.}}, \quad (2.1)$$

onde o primeiro termo corresponde ao volume de energia exigido para substituir o vácuo não trivial pelo trivial dentro da sacola. O segundo termo foi introduzido para parametrizar a parte finita da energia do ponto zero da sacola, a constante z_0 é um parâmetro

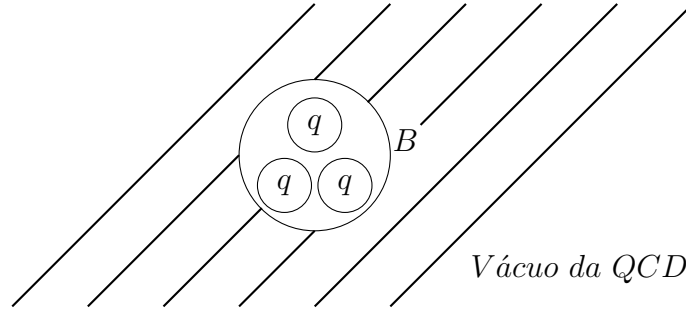


FIGURA 2.1 – Diagrama que demonstra a ideia básica do *MIT bag model*. Temos o “tamanho” do hádron definido por uma “sacola” B e cercado pelo vácuo da QCD. Em seu interior os quarks interagem fracamente entre si.

livre (CHODOS *et al.*, 1974a; BUBALLA, 2005). Fisicamente este termo é interpretado como a energia de Casimir (PLUNIEN *et al.*, 1986; GREINER *et al.*, 2007). As singularidades oriundas da energia do ponto zero podem ser absorvidas na renormalização dos parâmetros do modelo como mostrado na referência (BENDER; HAYS, 1976). O terceiro termo refere-se a energia cinética e de repouso dos quarks. Para quarks sem massa, obtém-se $x_q = 2,04$ através da solução de uma problema de autovalores (BUBALLA, 2005). Por fim, E_{pert} corresponde a correções perturbativas advindas de trocas de baixa ordem de glúons. Este termo traz consigo a divisão de massa $\mathbf{N} - \Delta$, sendo estes os bárions \mathbf{N} e delta, respectivamente.

TABELA 2.1 – Parametrizações do modelo de sacola do MIT extraídas da referência (BUBALLA, 2005). Para cada conjunto temos a massa dos quarks u , d e s , $m_u = m_d$ e m_s (contidas em x_q), respectivamente. A constante de sacola B , o parâmetro da energia do ponto zero da sacola z_0 , a constante de acoplamento forte α_s (contido em E_{pert}), a massa do pión m_π e o raio da sacola do nucleon R_N .

Conjunto	m_u (MeV)	m_s (MeV)	B (MeV/fm ³)	z_0	α_s	m_π (MeV)	R_N (fm)
1	0	279	57,5	1,84	2,2	280	1,0
2	108	353	31,8	1,95	3,0	175	1,1
3	5	354	44,7	1,17	0	-	1,0
4	5	356	161,5	2,04	0	-	0,6

Na Tabela 2.1 podemos ver diversas parametrizações para o modelo de sacola do MIT. O primeiro e segundo conjuntos da Tabela 2.1 contém os parâmetros do artigo original do modelo MIT e foram ajustados para reproduzir a massas do bárions Δ e Ω^- e do méson ω (CHODOS *et al.*, 1974b). Nestes dois primeiros conjuntos as massas dos quarks u e d não foram ajustadas para reproduzir a massa do méson π , mas sim impostas como zero (Conjunto 1) e 108 MeV (Conjunto 2), justamente para testar a sensibilidade das variações entre diferentes conjuntos no modelo.

Devido a como o modelo foi construído, existem certos problemas na descrição do méson π . Como a simetria quiral é explicitamente violada na superfície da sacola e por conta da não inclusão da anomalia $U_A(1)$ no modelo, a massa do pión se torna muito alta, enquanto que a massa do η' é muito baixa. Outro problema é a necessidade de valores

extremamente altos de α_s para reproduzir a divisão de massa $\mathbf{N} - \Delta$, algo que não está de acordo com a ideia das correções perturbativas. Por fim, os raios do nucleon entre 1,0 fm e 1,1 fm podem significar que as sacolas dos nucleons se sobrepõem umas nas outras, o que é inconsistente com o sucesso dos modelos de troca de mésons (BUBALLA, 2005; WITTEN, 1979; DAS; FERBEL, 2003).

Alguns desses problemas são contornados nos chamados modelos de sacola quiral do MIT, onde a simetria quiral é restaurada acoplando à superfície da sacola um campo externo de píons, veja as referências (CHODOS; THORN, 1975; THOMAS *et al.*, 1981; BROWN; RHO, 1979). Entretanto, a maioria destes problemas não afeta diretamente a descrição termodinâmica da matéria quente de quarks e glúons. Porém, estes problemas influenciam muito no ajuste das parametrizações e conseqüentemente (e indiretamente) na termodinâmica do modelo. Veremos a seguir como é a descrição da termodinâmica do *MIT bag model*.

2.1.1 Termodinâmica do *MIT bag model*

Analisamos agora a lagrangiana do modelo de sacola do MIT para $T \neq 0$ (THOMAS; WEISE, 2001), sendo ela

$$\mathcal{L}_{\text{MIT}} = \left(i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - B \right) \theta_V(x) - \frac{1}{2}\bar{\psi}\psi\Delta_S, \quad (2.2)$$

onde θ_V é a função degrau e Δ_S é a função delta da superfície da sacola. $D_\mu \equiv \partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2}A_\mu^a$ é a derivada covariante usual da QCD. Considerando um grande número de quarks e glúons em uma grande “sacola do MIT”, podemos impor que as soluções para o problema de contorno do modelo são funções de ondas planas, o que confere o desaparecimento do termo da energia de ponto zero. Uma vez que a densidade de energia é dada por $\epsilon_{\text{MIT}} = E_{\text{BM}}/V$ em temperatura T e potenciais químicos μ_f , obtemos

$$\epsilon(T, \mu_f)_{\text{MIT}}^{\text{total}} = B + \epsilon_{\text{livre}}(T, \mu_f) + \epsilon_{\text{pert.}}(T, \mu_f), \quad (2.3)$$

sendo $\epsilon_{\text{livre}}(T, \mu_f)$ a densidade de energia do gás relativístico livre de quarks, antiquarks e glúons. Enquanto $\epsilon_{\text{pert.}}(T, \mu_f)$ corresponde a correções perturbativas. Equivalentemente podemos escrever a pressão como

$$p(T, \mu_f)_{\text{MIT}}^{\text{total}} = -B + p_{\text{livre}}(T, \mu_f) + p_{\text{pert.}}(T, \mu_f). \quad (2.4)$$

Assim podemos escrever a contribuição das partículas livres como

$$\begin{aligned}
 p_{\text{livre}}(T, \mu_f) &= 6T \sum_f \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ \ln \left[1 + e^{-\frac{1}{T}(E_{k_f} - \mu_f)} \right] + \ln \left[1 + e^{-\frac{1}{T}(E_{k_f} + \mu_f)} \right] \right\} \\
 &- 16T \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \ln \left[1 - e^{-k/T} \right], \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

sendo $E_{k_f} = (k_f^2 + m_f^2)^{1/2}$ a energia do quark de sabor f com um tri-momento k_f . Retornando (2.5) em (2.4) e considerando não massivos os quarks leves com um potencial químico comum, negligenciando a parte perturbativa e resolvendo as integrais chegamos na pressão do modelo

$$p(T, \mu_f)_{\text{MIT}} = -B + 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 + \mu^4 T^4 + \frac{\mu^4}{2\pi^2}. \tag{2.6}$$

O fator 37 no segundo termo da equação é a soma de 16 graus de liberdade gluônicos mais 21 graus de liberdade de quarks e antiquarks, com um fator de $\frac{7}{8}$ devido a estatística de Fermi.

Para estabelecermos um sistema estável, a pressão na fase quarks-glúon não pode ser negativa. Assim, para $\mu = 0$ temos uma temperatura mínima T_0 para a fase quark-glúon, dada por

$$T_0 = \left(\frac{90}{37\pi^2} B \right)^{1/4}. \tag{2.7}$$

Podemos interpretar T_0 como um limitador da temperatura de um hádron altamente excitado, deste modo a temperatura da sacola hadrônica não pode ser maior do que T_0 afim do sistema se manter estável (CHODOS *et al.*, 1974b). Já quando num regime em que $T = 0$ obtemos um potencial químico mínimo μ_0 ,

$$\mu_0 = (2\pi^2 B)^{1/4}. \tag{2.8}$$

Para um potencial químico arbitrariamente menor do que μ_0 podemos resolver para uma temperatura $T(\mu)$ onde a pressão desaparece como mostrado para o caso dos quarks leves na Figura 2.2. Também é mostrado para o caso onde o sistema somente é composto por quarks, onde o fator de 37 na Equação (2.6) é substituído por um fator de 21. A temperatura mínima (T_0) entre os dois casos apresentados na Figura 2.2 é modificada por um fator de $\left(\frac{37}{21}\right)^{1/4} = 1,15$, entretanto o potencial químico mínimo (μ_0) não é alterado. A partir da Equação (2.6) temos a maneira mais simples de descrevermos com o *MIT bag model* a fase de plasma de quarks e glúons. Entretanto, para descrevermos a transição de fases (do hádron para a QGP) necessitamos de equações de estado hadrônicas, que obviamente serão fornecidas por um modelo que descreve tal fase da matéria. Para a

construção da Figura 2.2 foi considerado uma gás não interagente de píons sem massa, que devem dominar a região das baixas temperaturas e potencial químico nulo.

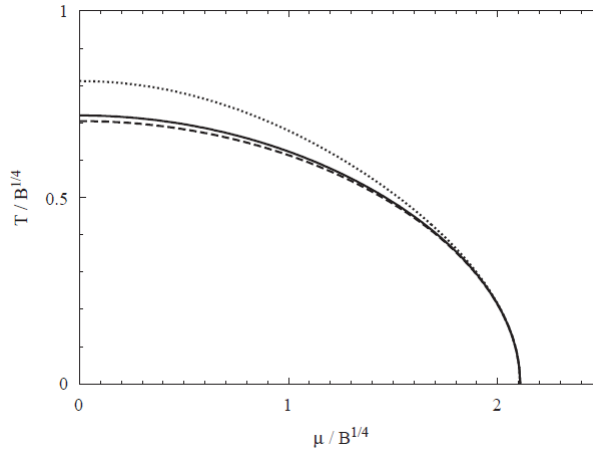


FIGURA 2.2 – Diagrama da temperatura $T/B^{1/4}$ como função do potencial químico $\mu/B^{1/4}$ quando a pressão é zero para o setor dos quarks leves, para quarks e glúons não massivo e não interages (linha tracejada) e somente com quarks (linha pontilhada). A linha sólida representa a condição de contorno da fase hadrônica, descrita como um gás de píons não interagentes e não massivos. Extraída da referência (BUBALLA, 2005).

2.1.2 Termodinâmica do *MIT bag model* em $T = 0$

Como o maior interesse nesta tese é discutir e estudar a matéria de quarks no regime de temperatura zero, mostraremos agora o modelo de sacola do MIT neste regime. Para este regime a Equação (2.5) é simplificada e a pressão total (2.4) se torna

$$p(T = 0, \mu_f)_{\text{MIT}}^{\text{total}} = p(\mu_f)_{\text{MIT}} = -B + \frac{3}{\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{Ff}} dk k^2 \left[\mu_f + (k_{Ff}^2 + m_f^2)^{1/2} \right] + p_{\text{pert.}}(\mu_f), \quad (2.9)$$

onde o momento de Fermi para cada sabor f é definido por $k_{Ff} = \theta(\mu_f - m_f)(\mu_f^2 - m_f^2)^{1/2}$. Novamente negligenciando a contribuição perturbativa, utilizando um potencial químico uniforme μ para quarks sem massa de dois sabores e aplicando certas relações termodinâmicas obtemos a pressão, a densidade de energia e a densidade de quarks,

$$p(\mu_f)_{\text{MIT}} = -B + \frac{\mu^4}{2\pi^2}, \quad (2.10)$$

$$\epsilon(\mu_f)_{\text{MIT}} = B + \frac{3\mu^4}{2\pi^2}, \quad (2.11)$$

$$\rho(\mu_f)_{\text{MIT}} = \frac{2\mu^3}{\pi^2}. \quad (2.12)$$

Por fim, mostraremos a influência das correções perturbativas no modelo de sacola do

MIT. As Equações (2.10),(2.11) e (2.12) são alterados por um fator proporcional a α_s , como mostrado a seguir. Essas correções perturbativas somente fazem sentido quando temos $\alpha_s \ll \pi/2$, o que demonstra que o valor originalmente usado (conjunto 1 da Tabela 2.1) era muito distante do tratamento perturbativo.

$$p(\mu_f)_{\text{pert.}} = -B + \left(1 - 2\frac{\alpha_s}{\pi}\right) \frac{\mu^4}{2\pi^2}, \quad (2.13)$$

$$\epsilon(\mu_f)_{\text{pert.}} = B + \left(1 - 2\frac{\alpha_s}{\pi}\right) \frac{3\mu^4}{2\pi^2}, \quad (2.14)$$

$$\rho(\mu_f)_{\text{pert.}} = \left(1 - 2\frac{\alpha_s}{\pi}\right) \frac{2\mu^3}{\pi^2}. \quad (2.15)$$

O modelo de sacola do MIT fornece uma descrição fenomenológica aceitável do setor hadrônico, podendo até estimar as consequências fenomenológicas vindas de interações adicionais de quarks. Como exemplo, no modelo pode-se conectar as interações fracas dos hádrons às interações fracas dos quarks (GREINER *et al.*, 2007). Entretanto, a violação da simetria quiral na superfície da bolsa e não inclusão da anomalia $U_A(1)$ torna difícil a reprodução das massas de certos hádrons. Ainda há a possibilidade de uma sacola sobrepor a outra no modelo, o que se torna um resultado inconsistente. Adicionalmente, podemos alcançar resultados mais consistentes e melhores com diferentes modelos, como veremos nas seções seguintes.

2.2 Modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) em $T = 0$

O modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL), proposto em 1961 por Giovanni Jona-Lasinio e Yoichiro Nambu nas referências (NAMBU; JONA-LASINIO, 1961a) e (NAMBU; JONA-LASINIO, 1961b), o modelo originalmente foi criado para descrever a dinâmica da geração de massa dos nucleons através da quebra espontânea da simetria quiral, baseando-se no mecanismo de supercondutividade da teoria BCS (BARDEEN *et al.*, 1957). Tal concepção concedeu a Y. Nambu o prêmio nobel de física de 2008. Com a criação e fortalecimento da QCD, os graus de liberdade do modelo NJL foram substituídos por graus de liberdade de quarks, concedendo ao modelo NJL o “status” de modelo efetivo da QCD (HATSUDA; KUNIHIRO, 1984; VOLKOV, 1984), apesar deste não contemplar o confinamento/desconfinamento dos quarks devido a interação no modelo ser realizada localmente através de vértices de quatro pontos (modelo de contato) em vez da troca de partículas mediadoras (troca de glúons). Entretanto, mesmo com a falta deste fenômeno, o modelo ainda descreve de modo muito satisfatório a quebra/restauração da simetria quiral, que em muitos casos é o fenômeno mais importante a ser analisado na QCD. Aliado com sua simplicidade matemática e teórica, o modelo NJL tornou-se uma ferramenta muito utilizada e eficiente no tratamento de partículas fortemente interagentes.

Por conta da quebra dinâmica da simetria quiral causada pelo tipo de interação presente no modelo NJL, alguns fenômenos acontecem simultaneamente, como o surgimento dos condensados de quarks, a geração dinâmica de massa dos quarks, o condensado de quarks não nulo no vácuo e a criação do bóson de Nambu-Goldstone sem massa (também conhecido como pión, π). Além desses fenômenos, a termodinâmica exerce um papel muito importante no estudo da matéria de quarks, uma vez que as transições de fases de matéria têm papel fundamental na interpretação da restauração da simetria quiral, ponto crucial do modelo NJL. Discutiremos a seguir o modelo NJL em suas versões com dois e três sabores.

2.2.1 Versão em 2 sabores, SU(2)

Esta subseção será dedicada à descrição do modelo NJL com dois sabores (SU(2)) com matéria de quarks simétrica para temperatura nula. Partiremos da densidade lagrangiana do NJL dada por

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \sum_f \left\{ \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_f) \psi_f + G_s \left[(\bar{\psi}_f \psi_f)^2 - (\bar{\psi}_f \gamma_5 \vec{\tau} \psi_f)^2 \right] - G_V (\bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_f)^2 \right\}, \quad (2.16)$$

sendo que para a matéria simétrica de quarks no setor leve teremos $\psi_u = \psi_d$ (consequentemente $\bar{\psi}_u = \bar{\psi}_d$) e $m_u = m_d$, deste modo iremos suprimir o índice f nas expressões do modelo NJL com dois sabores. Assim a densidade lagrangiana do modelo torna-se

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi + G_s \left[(\bar{\psi} \psi)^2 - (\bar{\psi} \gamma_5 \vec{\tau} \psi)^2 \right] - G_V (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2, \quad (2.17)$$

onde $\bar{\psi}$ e ψ são os campos fermiônicos dos quarks, m a massa de corrente dos quarks¹, γ^μ são as matrizes de Dirac, $\vec{\tau}$ são as matrizes de Pauli e G_s é a constante que representa a intensidade das interações dos canais escalar ($\bar{\psi}\psi$) e pseudoescalar ($\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi$), que assumimos ser positivo e assim as forças entre os quarks e antiquarks são positivas. Diferentemente dos artigos originais do modelo NJL, adotamos aqui o canal vetorial, último termo da Equação (2.17), cuja intensidade é regulada pela constante G_V . Para modelos hadrônicos este termo se torna praticamente obrigatório, uma vez que este é necessário para a matéria nuclear descrever a saturação em modelos relativísticos, que se dá pelo quase anulamento dos potenciais escalar e vetorial (WALECKA, 1974; SEROT; WALECKA, 1986; KOCH *et al.*, 1987). Entretanto, para a matéria de quarks não há esta exigência e este termo é opcional em modelos efetivos da QCD. Porém, como será mostrado, um efeito da inclusão deste termo é a mudança de posicionamento do CEP da matéria fortemente interagente, sendo até mesmo possível, com o valor adequado para G_V , eliminarmos es-

¹Também podendo ser chamada de massa nua ou massa não vestida (do inglês, *bare mass* ou *undressed mass*, respectivamente).

tes CEP, conseqüentemente alterando o tipo de transição de fases ocorrida na matéria. Por conta da natureza atrativa do canal escalar escolhemos utilizar aqui o canal vetorial como uma fonte repulsiva ($G_V > 0$) para que tenhamos estabilidade em nosso sistema. Entretanto, nada impede de escolhermos o canal vetorial como sendo atrativo ($G_V < 0$) como mostrado na referência (FUKUSHIMA, 2008b). Ainda relacionado ao canal vetorial, neste trabalho implementamos o canal vetorial de forma clássica (a nível de árvore), mas é possível gerar radiativamente um canal vetorial repulsivo através de correções quânticas como é demonstrado na referência (KLEVANSKY, 1992).

Vale ressaltar que o modelo NJL em quatro dimensões descrito pela lagrangiana (2.16) não é renormalizável. Um dos indícios desta característica é a constante de acoplamento escalar (G_s) ter dimensões de MeV^{-2} . Quando a constante de acoplamento de uma teoria tem dimensões canônicas com potências negativas, por exemplo MeV^{-2} , essa teoria claramente é não renormalizável. Isto significa que não há uma maneira sistemática que possamos eliminar as divergências da teoria em todas as ordens de perturbação (KAPUSTA; GALE, 2006). Neste caso, quanto mais aumentamos a ordem de perturbação, mais divergências aparecem em nossa teoria. Entretanto, se escrevermos o modelo NJL em três ou duas dimensões este se torna renormalizável. Para o caso do modelo NJL em duas dimensões a constante de acoplamento G_s se torna adimensional e podemos aplicar as técnicas de renormalização na teoria. Neste caso temos somente uma divergência, que facilmente podemos eliminar redefinindo a constante de acoplamento a massa. Em dimensões mais baixas o modelo NJL pode ser interpretado como o modelo de Gross-Neveu (GROSS; NEVEU, 1974; KOHYAMA, 2008). Esta é uma grande diferença entre o modelo NJL e a teoria que ele tenta reproduzir, pois em quatro dimensões a QCD é uma teoria renormalizável e podemos assim aplicar correções perturbativas, assim como é feito na QCD perturbativa (PQCD, do inglês, *Perturbative QCD*). Caso a QCD não fosse uma teoria renormalizável não seria observado o fenômeno da liberdade assintótica, ao qual decorre da renormalizabilidade da QCD (GOLDENFELD, 1992). Outra consequência da não renormalização de um modelo é que este terá um limite para sua validade, ou seja, somente até determinada escala energética este modelo conseguirá de fato reproduzir a teoria proposta. Nesses casos, para evitar divergências e impor um alcance para a validade do modelo, precisa-se utilizar algum método de regularização. Alguns dos métodos de regularização mais comuns na literatura são a regularização dimensional (BOLLINI; GIAMBIAGI, 1972), o *proper time* (SCHWINGER, 1951), Pauli-Villars (PAULI; VILLARS, 1949), o *cutoff* quadridimensional e o *cutoff* tridimensional não covariante² (KLEVANSKY, 1992). Cada método de regularização tem suas vantagens e desvantagens, como a violação/conservação de simetrias de calibre e locais, veja a referência (KOHYAMA *et al.*, 2015).

²Largamente conhecido na literatura como *Traditional Regularization Scheme*.

Utilizando a aproximação do campo médio³ (MFA, do inglês, *Mean-Field Approximation*) as seguintes quantidades da Equação (2.17) tornam-se

$$(\bar{\psi}\psi)^2 \approx 2\bar{\psi}\psi\langle\bar{\psi}\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\psi\rangle^2, \quad (2.18)$$

$$(\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi)^2 \approx 2\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\langle\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\rangle^2, \quad (2.19)$$

$$(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 \approx 2\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\langle\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\rangle^2. \quad (2.20)$$

Para um sistema a temperatura zero e isospin simétrico os termos contendo γ_5 vão a zero, levando ao desaparecimento dos termos (2.19) na densidade lagrangiana. Como a matéria infinita de quarks é um sistema especialmente uniforme, o valor esperado para $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$ em (2.20) é nulo, exceto para a componente $\bar{\psi}\gamma_0\psi$. Assim a densidade lagrangiana do modelo NJL no campo médio torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}} &= \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi + G_s(2\bar{\psi}\psi\langle\bar{\psi}\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\psi\rangle^2) \\ &\quad - G_V(2\bar{\psi}\gamma_0\psi\langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle^2). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Considerando u e d degenerados, definimos respectivamente as densidades vetorial⁴ e escalar de quarks como

$$\rho = \langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle = \langle\bar{\psi}_u\gamma_0\psi_u\rangle + \langle\bar{\psi}_d\gamma_0\psi_d\rangle = 2\langle\bar{\psi}_u\gamma_0\psi_u\rangle, \quad (2.22)$$

$$\rho_s = \langle\bar{\psi}\psi\rangle = \langle\bar{\psi}_u\psi_u\rangle + \langle\bar{\psi}_d\psi_d\rangle = 2\langle\bar{\psi}_u\psi_u\rangle. \quad (2.23)$$

Com o surgimento de ρ_s na densidade lagrangiana podemos identificar a massa constituinte dos quarks como

$$M = m - 2G_s\rho_s, \quad (2.24)$$

evidenciando o mecanismo de geração dinâmica de massa do modelo NJL. Tomando o limite quiral ($m = 0$) nota-se que o condensado quarks ρ_s é o responsável pela variação da massa M . Isto garante que tenhamos massas constituintes maiores que as massas correntes dos quarks⁵ e massas diferentes de zero no regime do limite quiral, mesmo levando em consideração somente o setor dos quarks leves. Este efeito garante as massas observadas para os hádrons. Lembramos que, para o caso do modelo NJL onde o desconfinamento é um fenômeno não considerado, as massas correntes dos quarks não são observáveis físicos da QCD, porém estas podem ser obtidas algebricamente⁶ a partir de observáveis hadrônicos. Destacamos a importância do papel que a massa de corrente exerce ao definir

³Neste caso, aproximação de Hartree e Hartree-Fock fornecem resultados idênticos. Veja o Apêndice C.

⁴Ou simplesmente, densidade dos quarks.

⁵Da ordem de aproximadamente 10 MeV para os quarks *up* e *down*.

⁶Via relação de Gell-Mann-Oakes-Renner.

qual tipo de transição contínua o sistema exhibe. Caso realmente haja uma transição de fases desse tipo, para o caso do limite quirral ($m = 0$) esta transição seria de segunda ordem. Já para o caso onde $m \neq 0$, a transição de fases observada é um *crossover*.

Inserindo a Equação (2.24) na Equação (2.21), reduzimos a densidade lagrangiana do modelo NJL na aproximação do campo médio a

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M - 2G_V \gamma_0 \rho) \psi - G_s \rho_s^2 + G_V \rho^2. \quad (2.25)$$

Usando esta densidade lagrangiana nas equações de Euler-Lagrange para o campo $\bar{\psi}$, dadas por

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} - \frac{\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial \bar{\psi}} = 0, \quad (2.26)$$

sendo

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial \bar{\psi}} = (i\gamma_\mu \partial^\mu - M - 2G_V \gamma_0 \rho) \psi, \quad (2.27)$$

chegamos na equação do campo fermiônico ψ

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - M - 2G_V \gamma_0 \rho) \psi = 0. \quad (2.28)$$

Notamos que o quark descrito pelo modelo NJL na aproximação do campo médio pode ser considerado como um quark livre, de massa constituinte M descrita pela Equação (2.24), com seu quadrimomento alterado pela densidade vetorial de quarks ρ .

2.2.2 Equações de estado em SU(2)

Estamos interessados em analisar as quantidades termodinâmicas do modelo NJL no regime de temperatura nula e para construí-las utilizaremos um caminho pouco convencional em relação à literatura. No geral, as equações de estado (EOS) do modelo NJL em temperatura nula são obtidas a partir da aplicação do limite $T \rightarrow 0$ nas expressões dependentes da temperatura. Aqui partiremos do tensor energia-momento do modelo para encontrar a densidade de energia, potencial químico e pressão no regime de $T = 0$. O tensor energia-momento do modelo é descrito pela seguinte equação

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu Q_j)} \partial_\nu Q_j, \quad (2.29)$$

sendo $g_{\mu\nu}$ o tensor métrico do espaço de Minkowski⁷ e Q_j é o campo a ser analisado, para o caso do modelo NJL, $Q_j = \psi$. Desse modo a equação acima torna-se

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}} + \frac{\partial\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial(\partial_\mu\psi)}\partial_\nu\psi, \quad (2.30)$$

onde

$$\frac{\partial\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}}}{\partial(\partial_\mu\psi)}\partial_\nu\psi = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi. \quad (2.31)$$

Substituindo as Equações (2.25) e (2.31) na Equação (2.30) chegamos na seguinte expressão para o tensor energia-momento:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} [\bar{\psi} (i\gamma_\mu\partial^\mu - M - 2G_V\gamma_0\rho) \psi - G_s\rho_s^2 + G_V\rho^2] + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi. \quad (2.32)$$

Tomando agora o valor médio do tensor energia-momento, a saber,

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = -g_{\mu\nu} [\langle \bar{\psi} (i\gamma_\mu\partial^\mu - M - 2G_V\gamma_0\rho) \psi \rangle - G_s\rho_s^2 + G_V\rho^2] + i\langle \bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi \rangle \quad (2.33)$$

$$= -g_{\mu\nu} (-G_s\rho_s^2 + G_V\rho^2) + i\langle \bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi \rangle. \quad (2.34)$$

A densidade de energia é definida em termos do tensor energia momento como $\langle T_{00} \rangle = \mathcal{E}$, com $\mu = \nu = 0$. Tal quantidade é dada por

$$\mathcal{E} = -g_{00} (-G_s\rho_s^2 + G_V\rho^2) + \langle \bar{\psi}i\gamma_0\partial_0\psi \rangle = G_s\rho_s^2 - G_V\rho^2 + i\langle \bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi \rangle. \quad (2.35)$$

Para estimar o último termo da Equação (2.35) utilizamos a solução de onda plana para o campo fermiônico ψ (SEROT; WALECKA, 1986), dado por

$$\psi(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{k}, \lambda)e^{-ik_\mu x^\mu}, \quad (2.36)$$

onde $u(\mathbf{k}, \lambda)$ um spinor de Dirac de quatro componentes e λ , neste caso, é o índice do spin. Assim reescrevemos o termo $i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi$ como

$$i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi = i\bar{u}(\mathbf{k}, \lambda)e^{ik_0x^0}\gamma_0\partial_0u(\mathbf{k}, \lambda)e^{-ik_0x^0} = k_0\bar{\psi}\gamma_0\psi. \quad (2.37)$$

Usando a Equação (2.28), podemos mostrar que $k_0 = 2G_V\rho \pm (k^2 + M^2)^{1/2}$, sendo os sinais positivo e negativo referentes à partículas e antipartículas, respectivamente. Aqui percebemos que o quark do modelo NJL obedece a relação da Equação de Dirac, $H^2\Psi = (k^2 + M^2)\Psi$ (HALZEN; MARTIN, 1984), porém deslocado pela contribuição da interação vetorial. Inserimos a este resultado na Equação (2.37) e tomamos o valor esperado para

⁷Veja o Apêndice A.

obtermos

$$i\langle\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi\rangle = 2G_V\rho\langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle + \langle(k^2 + M^2)^{1/2}\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle = 2G_V\rho^2 + \langle(k^2 + M^2)^{1/2}\psi^\dagger\psi\rangle, \quad (2.38)$$

onde $\bar{\psi}\gamma_0 = \psi^\dagger$. Expandimos em modos normais com condições de contorno periódicas os operadores de campo ψ e ψ^\dagger , a saber,

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[a_{\mathbf{k},\lambda} u(\mathbf{k}, \lambda) e^{-ik_\mu x^\mu} + b_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger v(\mathbf{k}, \lambda) e^{ik_\mu x^\mu} \right], \quad (2.39)$$

$$\psi^\dagger(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger u^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{ik_\mu x^\mu} + b_{\mathbf{k},\lambda} v^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{-ik_\mu x^\mu} \right]. \quad (2.40)$$

Este método é chamado de segunda quantização (SAKURAI, 1967). Ainda, temos que

$$\langle\psi^\dagger\psi\rangle = \langle\bar{\psi}\gamma_0\psi\rangle = \int d^3k \left(a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k},\lambda} + b_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger b_{\mathbf{k},\lambda} \right), \quad (2.41)$$

onde $a_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger$ ($b_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger$) e $a_{\mathbf{k},\lambda}$ ($b_{\mathbf{k},\lambda}$) são, respectivamente, os operadores de criação (aniquilação) e aniquilação (criação) para os quarks (antiquarks). Como para sistemas em $T = 0$ descartamos as antipartículas, então $b_{\mathbf{k},\lambda}|\psi\rangle = 0$ para todos os k . Retornando o resultado (2.41) na Equação (2.38), temos

$$i\langle\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi\rangle = 2G_V\rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2}, \quad (2.42)$$

sendo a primeira integral a contribuição do termo cinético e a segunda o termo referente ao “mar de Dirac” (BUBALLA, 2005), k_F é o momento de Fermi e o fator de degenerescência é $\gamma = N_s \times N_f \times N_c = 12$, sendo os números de spin ($N_s = 2$), sabor ($N_f = 2$) e cor ($N_c = 3$) para o caso da versão do modelo NJL SU(2). No caso da segunda integral, temos que o limite superior é infinito inicialmente, o que faz com que tenhamos que tratar esta integral de alguma forma. Como já discutido, precisaremos utilizar algum método de regularização em nosso modelo para lidar com as divergências que o mesmo apresenta. Aqui usaremos o método de regularização do *cutoff* tridimensional não covariante, ao qual introduz o parâmetro Λ (*cutoff*) como o limite energético do modelo. Escolher este método de regularização significa abandonar todas as tentativas de renormalizar o modelo. Agora podemos avaliar a densidade de energia do modelo substituindo a Equação (2.42) em (2.35), o que nos fornece

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= G_s \rho_s^2 - G_V \rho^2 + 2G_V \rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2}, \\ &= G_s \rho_s^2 + G_V \rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Usamos também as Equações (2.39) e (2.40) para definir as expressões de ρ e ρ_s , dadas por⁸

$$\rho = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3 \quad (2.44)$$

e

$$\rho_s = -\frac{\gamma M}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk \frac{k^2}{(k^2 + M^2)^{1/2}} . \quad (2.45)$$

No vácuo, quando $k_F = 0$, ainda há uma contribuição remanescente não nula da densidade de energia, dada por

$$\mathcal{E}_{(\text{vac})} = G_s \rho_s^2(\text{vac}) - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_{(\text{vac})}^2)^{1/2} , \quad (2.46)$$

com

$$\rho_s = -\frac{\gamma M_{(\text{vac})}}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk \frac{k^2}{(k^2 + M_{(\text{vac})}^2)^{1/2}} \quad \text{e} \quad M_{(\text{vac})} = m - 2G_s \rho_s(\text{vac}) . \quad (2.47)$$

Adicionamos a constante $\mathcal{E}_{(\text{vac})}$ na Equação (2.43) para assegurar que no vácuo tenhamos $\mathcal{E}(\rho = 0) = 0$, o que gera

$$\mathcal{E} = G_s \rho_s^2 + G_V \rho^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \mathcal{E}_{(\text{vac})} \quad (2.48)$$

para a expressão final da densidade de energia do modelo NJL com dois sabores na aproximação do campo médio.

Outra quantidade termodinâmica de grande importância é a pressão, que nesse caso pode ser encontrada a partir do tensor energia momento como sendo $P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle$. Porém, optaremos por usar a consistência termodinâmica do modelo para este cálculo, assim como nas referências (MISHUSTIN *et al.*, 2000; HANAUSKE *et al.*, 2001), ou seja, calcularemos a pressão a partir da seguinte relação termodinâmica

$$P = \mu \rho - \mathcal{E} , \quad (2.49)$$

sendo μ o potencial químico do sistema, escrito como⁹

$$\mu = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho} = 2G_V \rho + (k_F^2 + M^2)^{1/2} . \quad (2.50)$$

⁸As derivações detalhadas de ρ e ρ_s são realizadas no Apêndice D.

⁹A derivação detalhada de μ é realizada no Apêndice D.

Percebe-se aqui que a interação vetorial também influencia no potencial químico deslocando-o por $2G_V\rho$ do seu valor original $(k_F^2 + M^2)^{1/2}$, encontrado ao considerarmos um quark livre de massa constituinte M , dada pela Equação (2.24). Desse modo, utilizando a identidade (2.49), a pressão pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
P &= [2G_V\rho + (k_F^2 + M^2)^{1/2}] \rho - G_s\rho_s^2 - G_V\rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} \\
&= G_V\rho^2 - G_s\rho_s^2 + (k_F^2 + M^2)^{1/2} \rho + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} \\
&\quad - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} .
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Reescrevendo a última integral da expressão acima como

$$\begin{aligned}
\frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ (2k_F^3 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} \right. \\
&\quad \left. - M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.52}$$

e utilizando a Equação (D.100) na expressão para a pressão, obtemos

$$\begin{aligned}
P &= G_V\rho^2 - G_s\rho_s^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + (k_F^2 + M^2)^{1/2} \left(\frac{\gamma k_F^3}{6\pi^2} \right) \\
&\quad - \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ (2k_F^3 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} - M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} \tag{2.53} \\
&= G_V\rho^2 - G_s\rho_s^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left\{ \frac{k_F^3}{3} (k_F^2 + M^2)^{1/2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8} (2k_F^3 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} + M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} \tag{2.54}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= G_V\rho^2 - G_s\rho_s^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{2\pi^2} \left\{ \frac{(2k_F^3 - 3k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2}}{24} \right. \\
&\quad \left. + \frac{M^4}{8} \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} \tag{2.55}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= G_V\rho^2 - G_s\rho_s^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{6\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ (2k_F^3 - k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} \right. \\
&\quad \left. + 3M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} , \tag{2.56}
\end{aligned}$$

sendo que o último termo representa a contribuição cinética da pressão, podendo ser

reescrito como

$$\frac{1}{8} \left\{ \frac{(k_F^2 + M^2)^{1/2}}{(2k_F^3 - k_F M^2)^{-1}} + 3M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} = \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{(k^2 + M^2)^{1/2}}. \quad (2.57)$$

Chegamos a expressão final da pressão do modelo NJL com dois sabores na aproximação do campo médio, escrita como

$$P = G_V \rho^2 - G_s \rho_s^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{(k^2 + M^2)^{1/2}} + \mathcal{E}_{(\text{vac})}. \quad (2.58)$$

Por fim, podemos calcular o grande potencial termodinâmico através da equivalência $\Omega = -P$, desse modo escrevemos o grande potencial o modelo NJL com dois sabores na aproximação do campo médio como

$$\Omega = -G_V \rho^2 + G_s \rho_s^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{(k^2 + M^2)^{1/2}} - \mathcal{E}_{(\text{vac})}. \quad (2.59)$$

2.2.3 Termodinâmica em SU(2)

Veremos nesta seção como se dão e se comportam as transições de fases da matéria de quarks no modelo NJL em sua versão de dois sabores. Primeiramente precisamos determinar os valores das constantes do modelo para que possamos de fato analisar sua termodinâmica. As constantes a serem determinadas são a massa corrente dos quarks (m), a constante de acoplamento escalar (G_s) e o *cutoff* (Λ). Para isso, utilizaremos valores experimentais relacionados ao méson π , sendo estes m_π , sua massa, e f_π , sua constante de decaimento. Também fixamos o valor do condensado quiral no vácuo, mais especificamente, $\langle \bar{\psi}_u \psi_u \rangle_{(\text{vac})}^{1/3}$. A partir da relação de Gell-Mann-Oakes-Renner (GELL-MANN *et al.*, 1968), escrita como

$$m_\pi^2 f_\pi^2 \simeq -m \rho_{s(\text{vac})}, \quad (2.60)$$

calculamos o valor da massa corrente (m) do quark. Para encontrar os valores de G_s e Λ , precisamos solucionar de forma simultânea as equações

$$\rho_{s(\text{vac})} = -\frac{\gamma M_{(\text{vac})}}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk \frac{k^2}{(k^2 + M_{(\text{vac})}^2)^{1/2}} \quad (2.61)$$

e

$$f_\pi^2 = \frac{N_s N_c M_{(\text{vac})}^2}{2\pi^2 N_f} \int_0^\Lambda dk \frac{k^2}{(k^2 + M_{(\text{vac})}^2)^{3/2}}, \quad (2.62)$$

usando também a Equação (2.24), que relaciona $M_{(\text{vac})}$ com as constantes m e G_s . Os valores dos parâmetros do modelo NJL em dois sabores usados nesta tese estão listadas na Tabela 2.2 a seguir.

TABELA 2.2 – Parametrizações do modelo NJL com dois sabores, extraídas da referência (BUBALLA, 2005). Para cada conjunto de parâmetros (Λ , G_s e m) são listados também os respectivos valores de $M_{(\text{vac})}$ obtidos. Para a determinação de cada conjunto foram utilizados os valores de $\langle \bar{\psi}_u \psi_u \rangle_{(\text{vac})}$, também listados, junto com os valores fixos de $m_\pi = 135$ MeV e $f_\pi = 92.4$ MeV.

Conjunto	Λ (MeV)	$G_s \Lambda^2$	m (MeV)	$M_{(\text{vac})}$ (MeV)	$\langle \bar{\psi}_u \psi_u \rangle_{(\text{vac})}^{1/3}$ (MeV)
1	664,3	2,06	5,0	300	-250,8
2	587,9	2,44	5,6	400	-240,8
3	569,3	2,81	5,5	500	-242,4
4	568,6	3,17	5,1	600	-247,5

A constante de acoplamento vetorial G_V também deve ser determinada assim como as demais. Contudo, o canal vetorial está vinculado ao méson ρ , de massa m_ρ que é da ordem de 770 MeV (PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022). Porém, nos deparamos com um problema, a escala de energia do modelo (Λ) é menor que m_ρ , como podemos ver na Tabela 2.2. Então, utilizaremos para fixar G_V o mesmo método usado para fixar G_s torna-se algo sem sentido, uma vez que nosso limite energético do sistema está abaixo da faixa de energia necessária para este processo. Sendo assim, constantemente na literatura os valores de G_V são dados em termos de G_s . Aqui adotaremos o mesmo procedimento, ou seja, arbitraremos os valores de G_V em termos de G_s . No que diz respeito ao valor da intensidade do canal vetorial, se realizarmos a transformação de Fierz da interação cor-corrente, encontramos $G_V = 0,5G_s$ (VOGL; WEISE, 1991). A princípio, este valor “canônico” deveria ser usado em todas os cálculos envolvendo o modelo NJL e suas extensões com o canal vetorial incluso. Entretanto, G_V é frequentemente tomado como parâmetro livre e faremos o mesmo neste trabalho. Alguns autores usam esta liberdade para fixar o valor do méson ρ (LUTZ *et al.*, 1992). Também é conhecido que G_V exerce um papel importante no diagrama de fases da matéria fortemente interagente, alterando a localização do CEP (BRATOVIC *et al.*, 2013; HELL *et al.*, 2013). Como veremos, o aumento do valor de G_V induz ao desaparecimento do ponto crítico final e, conseqüentemente, o sumiço da transição de fases de primeira ordem. Caso tivéssemos optado por implementar o canal vetorial radiativamente via correções quânticas como citamos anteriormente, encontraríamos naturalmente a intensidade do canal vetorial sendo $G_V = 0,3G_s$ e assim também evitaríamos o “problema” de não se saber valor “correto” para G_V (KLEVANSKY, 1992).

Podemos analisar o comportamento da termodinâmica do modelo em função da densidade de quarks. Para cada valor de ρ , solucionamos a equação transcendental da massa constituinte, Equação (2.24), para encontrar a massa M associada. Com a massa encontrada podemos avaliar as equações de estado do modelo. Caso tomemos μ como uma

variável livre, descrevemos o sistema através do grande potencial termodinâmico, sendo este o potencial mais indicado quando temos μ e T ($T = 0$ neste caso) como variáveis independentes. Deste modo, utilizando o conjunto 3 da Tabela 2.2 e $G_V = 0$, podemos obter uma curva do grande potencial termodinâmico (Ω) em função do potencial químico μ , assim como mostrado na Figura 2.3.

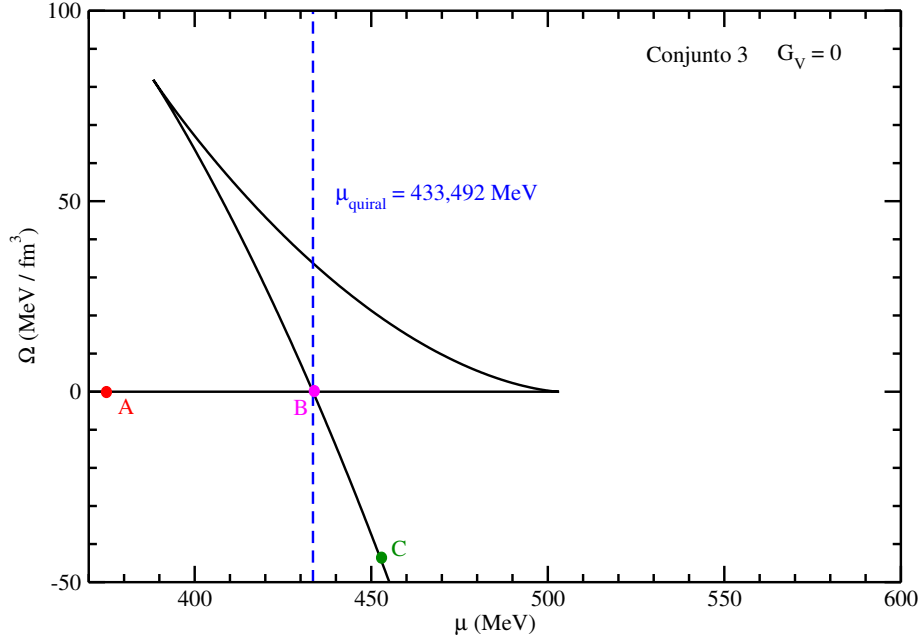


FIGURA 2.3 – Ω em função de μ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$.

Pode-se perceber na figura 2.3 um comportamento típico de uma transição de fases de primeira ordem¹⁰. Considere, por exemplo, uma potencial termodinâmico geral, $U[P_S, \dots, P_t]$, sendo o conjunto de variáveis intensivas P_S, \dots, P_t dependentes das variáveis extensivas X_1, \dots, X_{S-1} . O critério de estabilidade termodinâmico estabelece que $U[P_S, \dots, P_t]$ deve ser uma função convexa em função de seus parâmetros extensivos e côncava em função dos intensivos. Geometricamente, U deve se posicionar completamente acima dos hiperplanos tangentes no subespaço de X_1, \dots, X_{S-1} e completamente abaixo hiperplanos tangentes no subespaço de P_S, \dots, P_t (CALLEN, 1991). Veja como exemplo a Figura 2.4, que descreve U em função de P_S . Podemos reparar que a curvatura é negativa exceto para o segmento MF . Já o segmento MD está acima da linha tangente ao segmento ADF . Assim a curva $DFMO$ representa os pontos de metaestabilidade e instabilidade termodinâmica. Somente a curva $ADOR$ está completamente abaixo das linhas tangentes, satisfazendo a condição de estabilidade termodinâmica. Desse modo, a mudança abrupta da derivada em U em relação a P_S , indica que ocorre uma transição de fases de primeira ordem no ponto $D(=O)$ definida pelos valores de U e P_S neste ponto. Observamos este mesmo comportamento no modelo NJL, como mostrado na Figura 2.3. Podemos ver que a curva termodinâmica estável é representada pelo segmento ABC e a transição de fases

¹⁰Ou também, transição de fases descontínua.

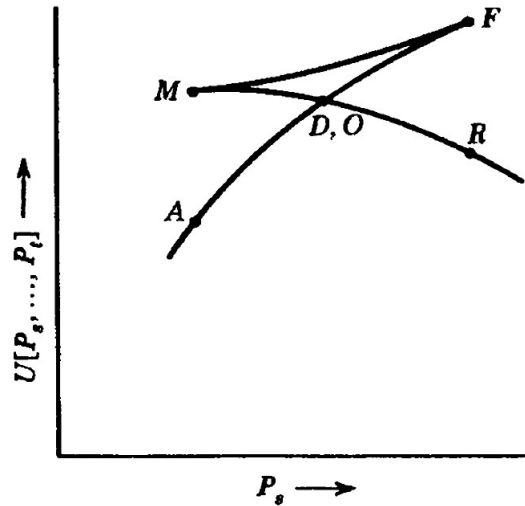


FIGURA 2.4 – Diagrama esquemático de um potencial termodinâmico geral U em função da variável intensiva P_s . Extraída da referência (CALLEN, 1991).

de primeira ocorre para potencial químico $\mu_{\text{quiral}} = 433,492 \text{ MeV}$. Entretanto, esta é uma descrição clássica da termodinâmica envolvendo a transição de fases, sendo mais correto descrevermos as transições de fases envolvendo a matéria fortemente interagente a partir da teoria de Landau que é usada na descrição da termodinâmica de sistemas quânticos, assim como o nosso. Esta teoria assume que a transição de fases da matéria acontece entre fases com simetrias distintas, assim as transições ocorrem de uma fase de maior simetria para outra de menor simetria. A fase da matéria de maior simetria é denominada como fase desordenada, usualmente ocorrendo em altas temperaturas ou altos potenciais químicos. Já a fase de menor simetria é denominada como fase ordenada. A transição da fase desordenada para a fase ordenada corresponde a uma quebra de simetria, isto por que algumas das simetrias presentes na fase desordenada estarão ausentes ou violadas na fase ordenada. A quebra de simetria entre a transição de fases, se não induzida por um campo externo, é associada a uma quebra espontânea de simetria. Para descrevermos as fases ordenada e desordenada precisamos introduzir um parâmetro de ordem, ou seja, uma variável termodinâmica que mensura a simetria envolvida na transição de fases. O parâmetro de ordem toma valores não nulos na fase ordenada e deve se anular na fase desordenada (OLIVEIRA, 2005). A seguir veremos como a teoria de Landau (em relação a teoria clássica) é muito mais coerente na descrição das transições de fases do modelo NJL. Olhando para a Figura 2.5 podemos perceber que ρ_s assume dois valores distintos (representado pelos pontos p_1 e p_2) no momento da transição de fases. A região limitada pelo valor de ρ_s no ponto p_1 é identificada como a fase termodinâmica na qual a simetria quiraral está quebrada ($\rho_s \neq 0$, fase ordenada). Já a região delimitada pelo valor de ρ_s no ponto p_2 representa a fase onde a simetria quiraral é restaurada ($\rho_s \approx 0$, fase desordenada). Assim, tomamos ρ_s como parâmetro de ordem para a mudança de fase relacionada à simetria quiraral. Repare que na Figura 2.5 a curva termodinamicamente correta é aquela

que liga diretamente os pontos p_1 e p_2 (linha sólida), conectando duas fases de simetria quiral distintas assim como descreve a teoria de Landau. A linha tracejada identifica as regiões metaestáveis e instáveis, que por exigência da estabilidade termodinâmica devem ser descartadas da curva final, segundo a construção de Maxwell. Entretanto, existe uma rica física nesta região que descartamos. As transições de fases de primeira ordem são caracterizadas pelo surgimento de um mínimo local que evolui para um mínimo global. Na Figura 2.6 podemos observar esta evolução conforme aumentamos o valor do potencial químico. Os pontos onde esta mudança começa são conhecidos como espinodais. As espinodais são linhas que separam a região monofásica estável da região de instabilidade de fases múltiplas. Flutuações na energia podem levar o sistema a estados metaestáveis quando as partículas passam de um estado de mínimo global para um estado de mínimo local (menos estável). Analisando a Figura 2.5 podemos decompor a curva tracejada em estados de instabilidade, do ponto s_1 ao ponto s_2 , e o restante como estados metaestáveis. No centro das espinodais (pontos s_1 e s_2) ocorre um ponto de inflexão do qual o sistema passa de estados metaestáveis (mínimos locais) para estados de instabilidade (pontos de máximo).

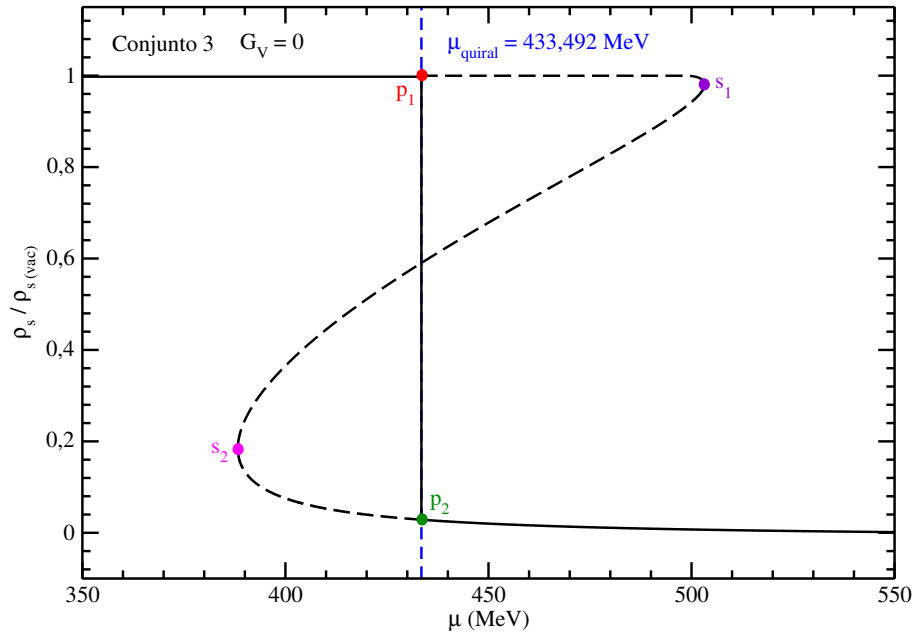


FIGURA 2.5 – $\rho_s / \rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$, onde o $\mu_{\text{quiral}} = 433,492$ MeV. Onde os pontos p_1 e p_2 são os valores que ρ_s assume no momento da transição de fases quiral. Os pontos s_1 e s_2 são os centros das espinodais, onde ocorre a mudança das soluções de mínimos locais para pontos de máximo e vice-versa.

Uma outra maneira de identificarmos o valor do potencial químico de transição de fases de primeira ordem no modelo NJL é através da busca dos mínimos globais de Ω em função do condensado quiral para valores fixos de μ (MASAYUKI; KOICHI, 1989). Para isto, usamos ρ_s como “input” na Equação (2.59), com M dado pela Equação (2.24), porém sem a obrigatoriedade de se resolver a Equação (2.45). Equivalentemente, podemos

usar esta metodologia para descrever o sistema a partir da densidade de energia \mathcal{E} , mas em vez de usarmos um potencial químico fixo, utilizamos um ρ fixo. Ambos os métodos são igualmente eficazes, porém aqui utilizaremos o primeiro pelo simples fato que estamos interessados em saber o valor de μ_{quiral} . Como mostrado na Figura 2.6 de Ω em função de $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$, podemos ver que para cada valor de μ fixo utilizado, são gerados dois mínimos. Porém, a única curva que apresenta dois mínimos globais é a curva para $\mu_{\text{quiral}} = 433,492$ MeV (curva preta). Podemos ver que os pontos p_a e p_b estão na mesma “altura” em relação ao grande potencial termodinâmico, característica de um sistema termodinâmico heterogêneo¹¹, no qual os valores dos campos termodinâmicos (no caso Ω , μ , P) se mantêm os mesmos na região de coexistência de fases (OLIVEIRA, 2005).

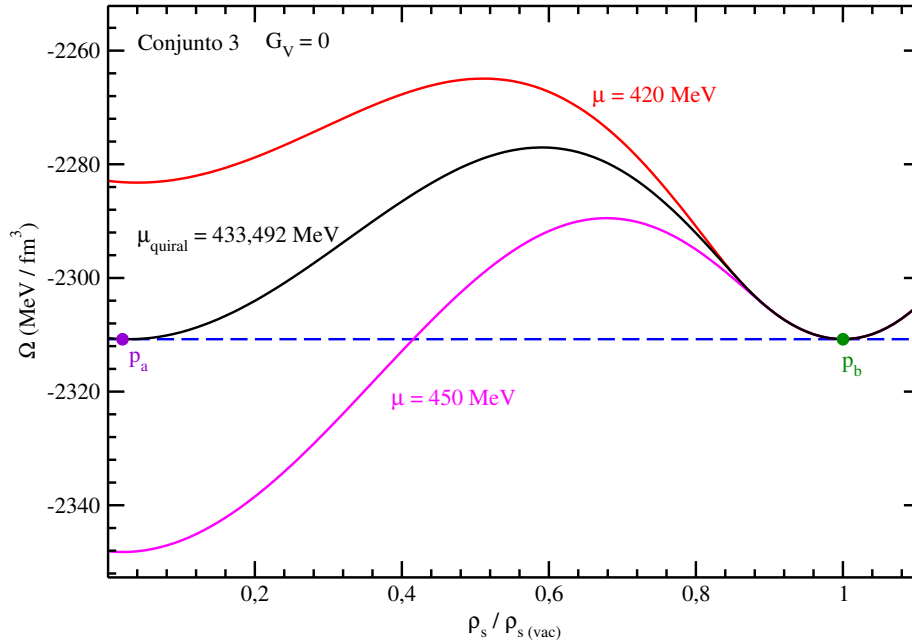


FIGURA 2.6 – Ω em função de $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$. Os pontos p_a e p_b estão num mesmo valor de Ω , identificando que a curva em preto, onde $\mu = \mu_{\text{quiral}} = 433,492$ MeV fornece o valor de μ que ocorre a transição de fases quiraral de primeira ordem.

Até o momento realizamos a análise do modelo NJL para o caso mais simples, no qual $G_V = 0$. Entretanto podemos aplicar toda essa metodologia para diferentes valores de G_V . Sabemos pela Equação (2.50) que o canal vetorial pode deslocar o valor de μ de seu valor original ($(k^2 + M^2)^{1/2}$) e simultaneamente enfraquece a transição de primeira ordem até torná-la uma transição contínua¹². Podemos ver esse efeito nas Figuras 2.7, 2.8 e 2.9. Note que conforme aumentamos o valor de G_V , o μ_{quiral} se descola em direção a valores mais altos. Note que, para $G_V = G_s$ a transição de fases contínua toma o lugar

¹¹Sistema onde existem duas fases termodinâmicas distintas, como por exemplo uma panela cheia de água fervendo, onde existe a fase líquida e gasosa.

¹²Tipo de transição de fases onde não podemos diferenciar as distintas fases da matéria ao longo de todo o processo termodinâmico.

das transições de fases de primeira ordem. Vale ressaltar que se tivéssemos escolhido o canal vetorial como atrativo ($G_V < 0$) obteríamos o resultado oposto ao encontrado, de modo que a diminuição de G_V deslocaria μ_{quiral} para valores cada vez mais baixos e consequentemente observaríamos exclusivamente transições de fases de primeira ordem.

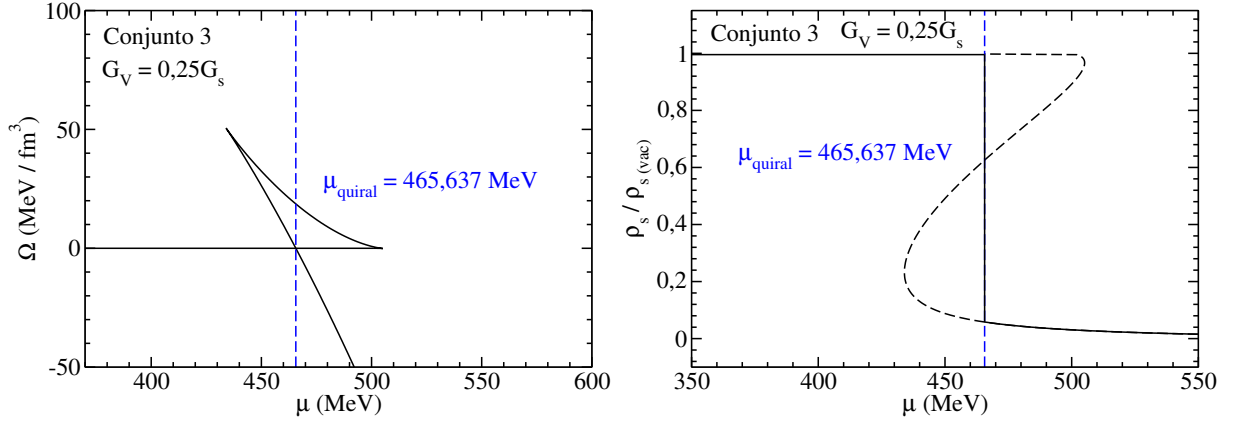


FIGURA 2.7 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,25G_s$.

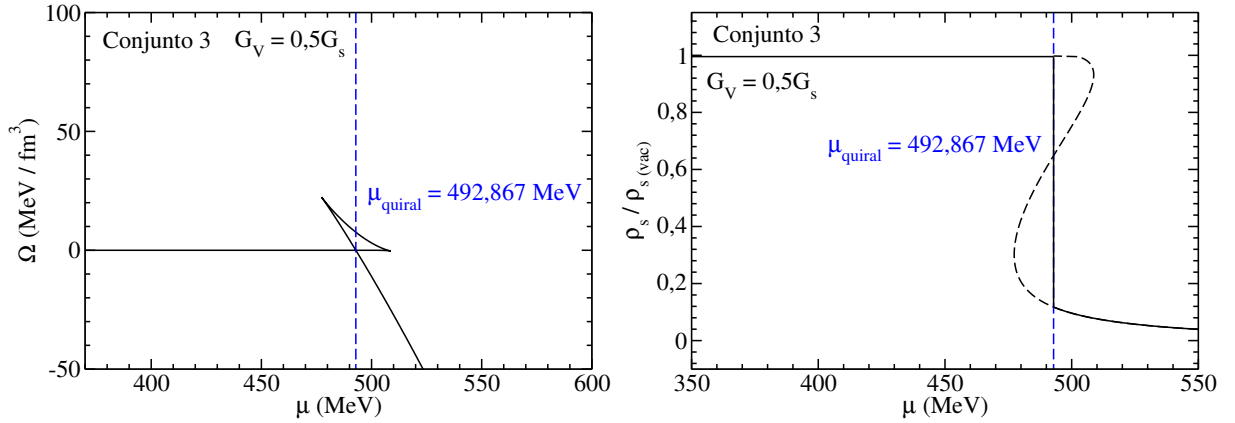


FIGURA 2.8 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,5G_s$.

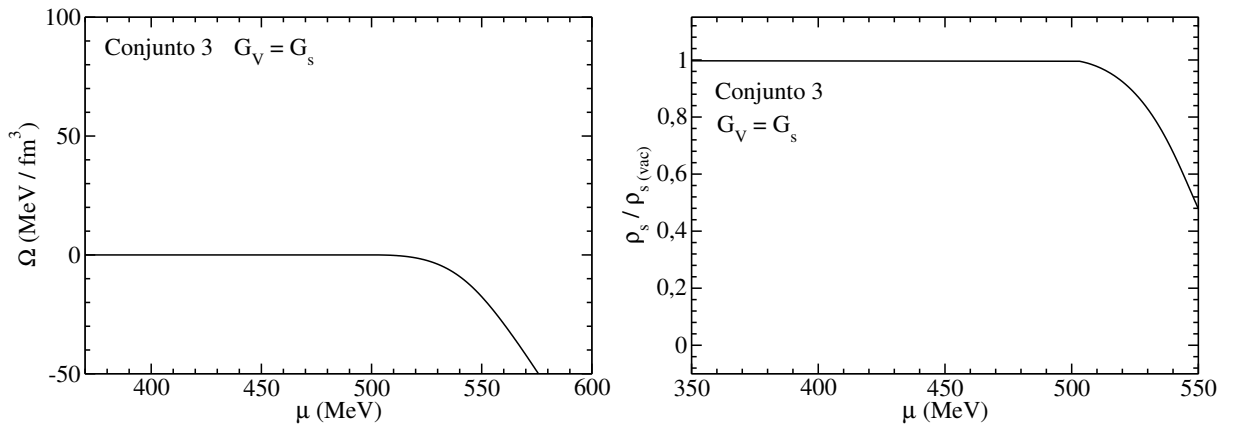


FIGURA 2.9 – Ω em função de μ (esquerda) e $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})}$ em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = G_s$.

Outra quantidade que podemos analisar é a densidade bariônica, dada por

$$\rho_B = \frac{1}{3}\rho. \quad (2.63)$$

Analisamos a densidade bariônica através da razão ρ_B/ρ_0 , sendo ρ_0 a densidade de saturação da matéria nuclear (DUTRA *et al.*, 2014). Neste trabalho adotaremos o valor de $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$. Exibimos nas Figuras 2.10, 2.11, 2.12 e 2.13 os resultados para a massa constituinte M e para a densidade bariônica, ambas em função do potencial químico, para diferentes valores de G_V .

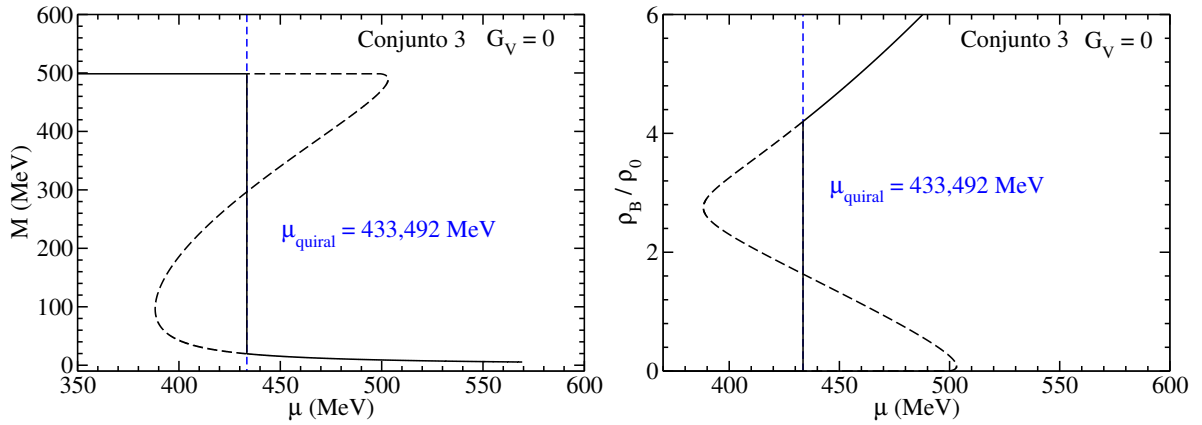


FIGURA 2.10 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0$.

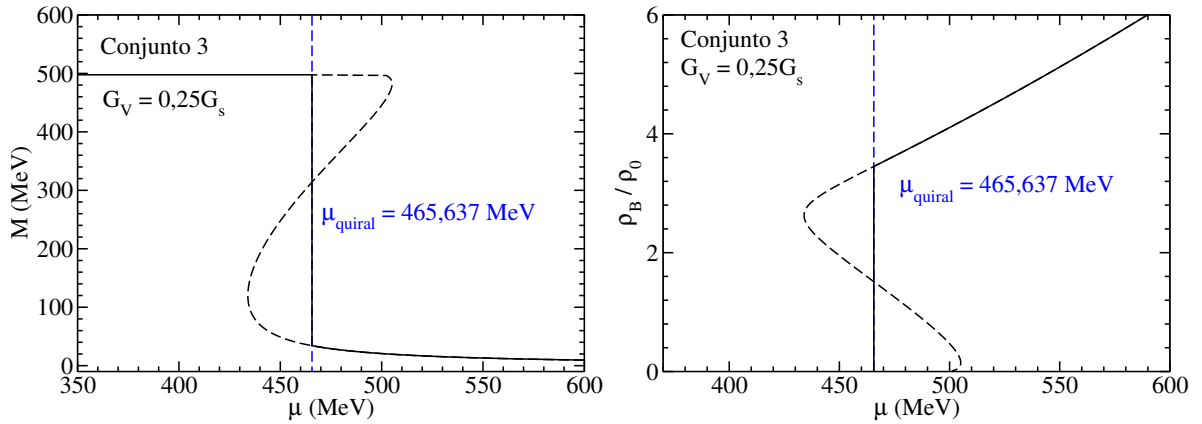


FIGURA 2.11 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,25G_s$.

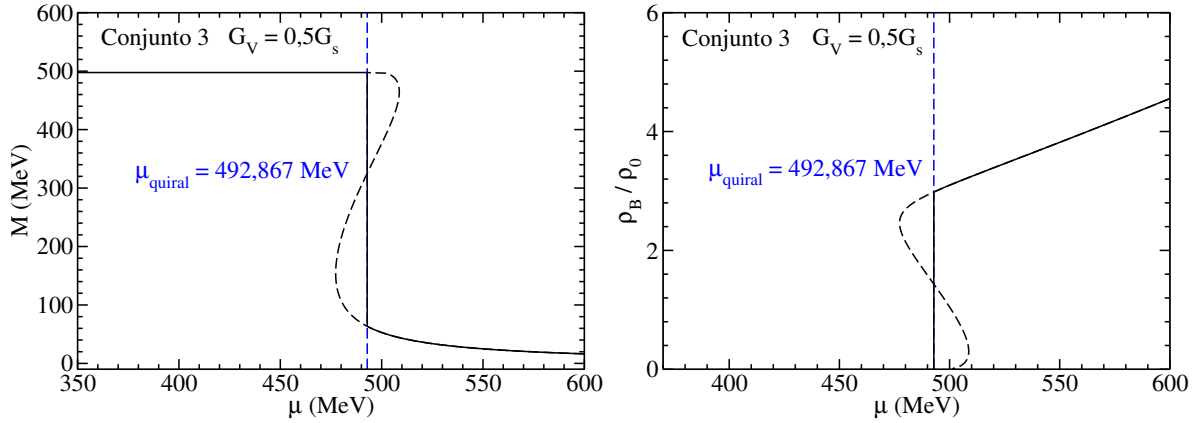


FIGURA 2.12 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = 0,5G_s$.

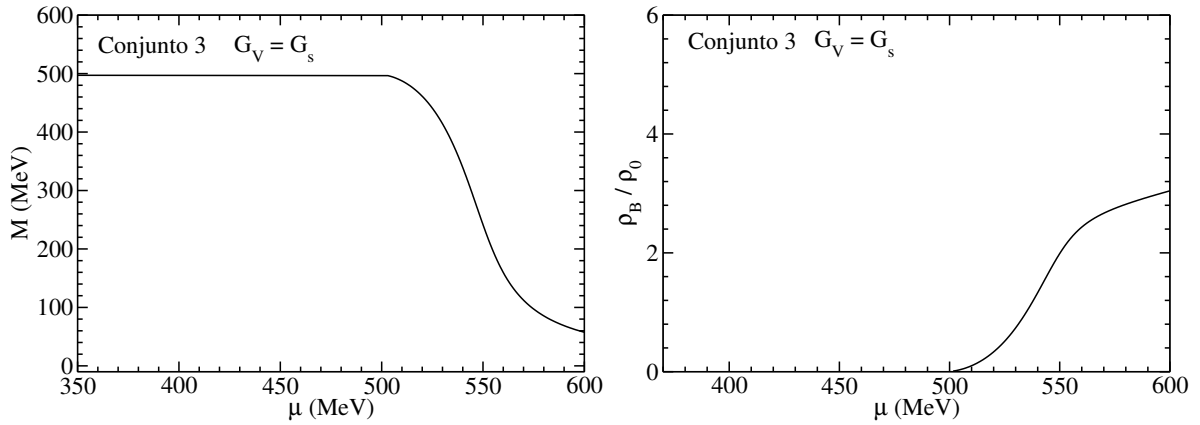


FIGURA 2.13 – M em função de μ (esquerda) e ρ_B em função de μ (direita), para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e $G_V = G_s$.

Nota-se que a influência do canal vetorial também se manifesta nas quantidades M e ρ_B , apresentando exatamente o mesmo efeito descrito nas figuras passadas, sendo este a capacidade de deslocar o μ de transição e a tendência de eliminar a transição de fases de primeira ordem em favor de uma transição contínua. Para o caso de $G_V = G_s$, observamos a transição da simetria quiral quebrada/restaurada de forma contínua.

Por fim, podemos analisar na Figura 2.14 o comportamento que o momento de Fermi (k_F) assume durante a evolução do modelo NJL conforme aumentamos os valores do potencial químico para diferentes valores de G_V . O comportamento de $k_F = k_{Fu} = k_{Fd}$ pode nos dar uma visão mais detalhada do comportamento termodinâmico do modelo em valores menores de μ .

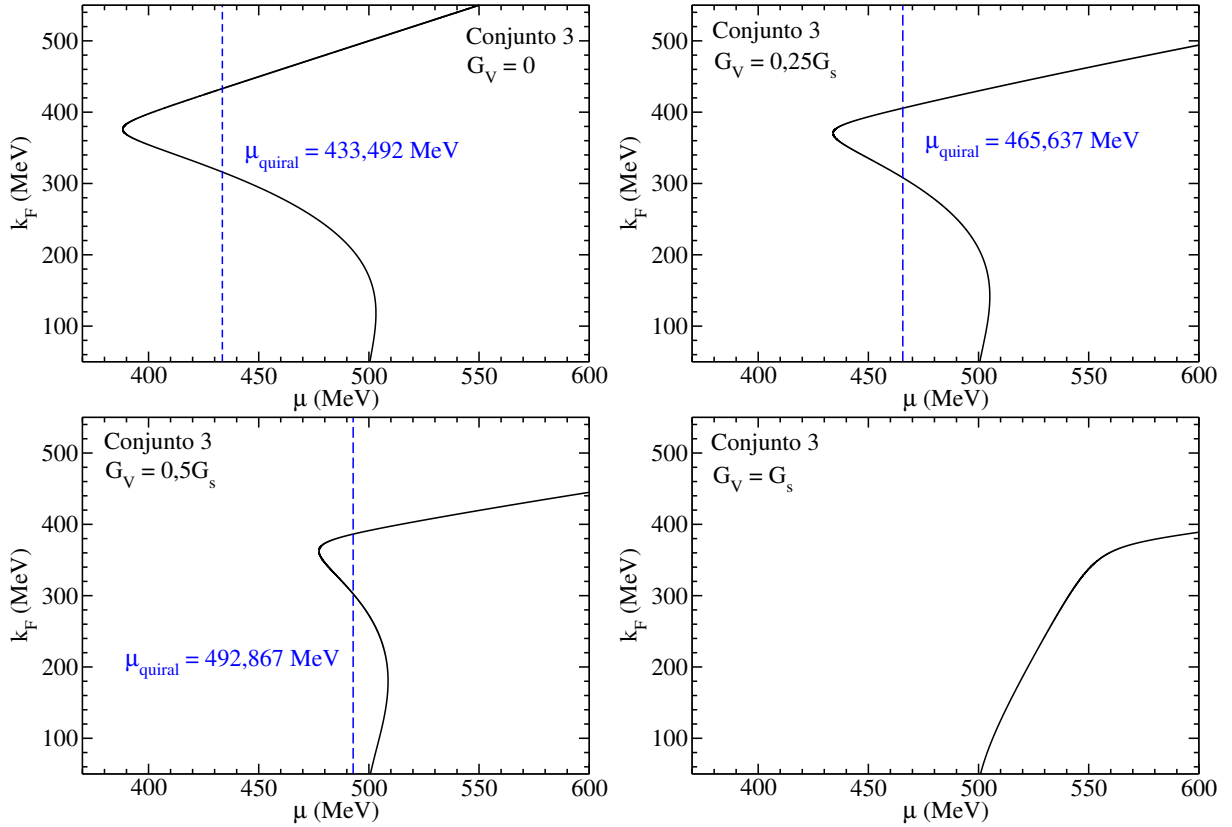


FIGURA 2.14 – k_F em função de μ , para o conjunto 3 do modelo NJL de dois sabores e para $G_V = 0$, $G_V = 0,25G_s$, $G_V = 0,5G_s$ e $G_V = G_s$.

2.2.4 Versão em 3 sabores, SU(3)

Para a QCD de baixas energias ($Q < 1$ GeV) o número de sabores de quarks “ativos” é de fato três (u , d , s), assim como foi proposto inicialmente por Gellmann (GELL-MANN, 1962). O modelo NJL com três sabores foi desenvolvido em meados dos anos 80 (EBERT; REINHARDT, 1986; BERNARD *et al.*, 1987; HATSUDA; KUNIHIRO, 1987) e largamente estudado desde então. Esta versão difere-se em relação à versão de dois sabores do modelo NJL basicamente pela introdução do quark estranho (s) no sistema. Agora a ordem de grandeza da massa corrente do quark s não é mais tão pequena comparada ao valor do *cutoff* Λ . Dito isto, precisamos aqui levar em consideração a anomalia axial, o que leva à quebra da simetria $U_A(1)$ e a altos valores de massa dos mésons \mathbf{K} , $\boldsymbol{\eta}$ e $\boldsymbol{\eta}'$. Na QCD, este fenômeno emerge em nível quântico no setor puro de glúons. Como não há dinâmica explícita de glúons no modelo, precisamos de alguma forma levar em conta este efeito na lagrangiana do modelo. O físico Gerardus ‘t Hooft (‘t HOOFT, 1986) solucionou este problema ao sugerir adicionar na lagrangiana um termo com a menor ordem dimensional no espaço dos sabores que preserva a simetria $SU_L(3) \otimes SU_R(3)$, mas viole a simetria $U_A(1)$,

sendo este escrito como

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = K \sum_f [\det_f (\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f) + \det_f (\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f)] , \quad (2.64)$$

onde ψ_f denota o spinor de Dirac para os quarks com três sabores. Como consequência da inclusão do termo \mathcal{L}_{mix} , surge a mistura entre os diferentes sabores de quarks, regulado pela constante K . Para a versão de três sabores do modelo NJL, continuaremos a tratar os quarks *up* e *down* de maneira simétrica, $m_u = m_d$. Assim, a densidade lagrangiana do modelo NJL com três sabores é exatamente a Equação (2.17) somado ao termo da mistura de sabores (2.64), sendo escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NJL}} &= \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_f) \psi_f + G_s \sum_f \sum_{a=0}^8 [(\bar{\psi}_f \lambda_a \psi_f)^2 - (\bar{\psi}_f \gamma_5 \lambda_a \psi_f)^2] \\ &+ K \sum_f [\det_f (\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f) + \det_f (\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f)] \\ &- G_V \sum_f \sum_{a=0}^8 [(\bar{\psi}_f \gamma_\mu \lambda_a \psi_f)^2 + (\bar{\psi}_f \gamma_\mu \gamma_5 \lambda_a \psi_f)^2] , \end{aligned} \quad (2.65)$$

sendo λ_a as matrizes de Gell-Mann em SU(3). Utilizando a aproximação do campo médio a densidade lagrangiana torna-se¹³

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{MFA}} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu \partial^\mu - M_f - 2G_V \gamma_0 \rho_f) \psi_f - G_s \sum_f \rho_{sf}^2 + G_V \sum_f \rho_f^2 - 4K \prod_f \rho_{sf} , \quad (2.66)$$

onde ρ_{sf} e ρ_f são, respectivamente, as densidades escalar e vetorial para o quark f (u, d, s). Para esta versão do modelo, a equação de campo fermiônico é a mesma que a do SU(2) NJL, dada pela Equação (2.28), diferenciando-se somente pela inserção das quantidade com o índice f . Sendo ρ_{sf} e ρ_f dados por

$$\rho_{sf} = -\frac{\gamma M_f}{2\pi^2} \int_{k_{Ff}}^\Lambda \frac{dk k^2}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} \quad (2.67)$$

e

$$\rho_f = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_{Ff}^3 . \quad (2.68)$$

A massa constituinte dos quarks é dada por

$$M_f = m_f - 2G_s \rho_{sf} - 2K \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'} . \quad (2.69)$$

¹³Veja o Apêndice E.

O último termo da equação acima é responsável pela contribuição da mistura dos quarks em M_f , por exemplo, para $f = u$ ele produz $2K\rho_{sd}\rho_{ss}$. Agora os quarks influenciam nas massas constituintes uns dos outros, diferentemente do que acontece na Equação (2.24) da versão de dois sabores do modelo NJL.

É possível chegar nas equações de estado em temperatura zero para o modelo NJL SU(3) usando os mesmos passos da subseção 2.2.2. Após estes longos cálculos chegamos ao potencial químico,

$$\mu_f = 2G_V\rho_f + (k_{Ff}^2 + M_f^2)^{1/2}. \quad (2.70)$$

E no caso da matéria simétrica de quarks¹⁴, temos que

$$\mu_u = \mu_d = \mu_s = \mu. \quad (2.71)$$

As expressões da densidade de energia, pressão e grande potencial termodinâmico são dadas, respectivamente, por

$$\mathcal{E} = G_s \sum_f \rho_{sf}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf} + G_V \sum_f \rho_f^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_{k_{Ff}}^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} - \mathcal{E}_{(\text{vac})}, \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} P &= -G_s \sum_f \rho_{sf}^2 - 4K \prod_f \rho_{sf} + G_V \sum_f \rho_f^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} \\ &+ \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{Ff}} dk \frac{k^4}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} + \mathcal{E}_{(\text{vac})} \end{aligned} \quad (2.73)$$

e

$$\begin{aligned} \Omega = -P &= G_s \sum_f \rho_{sf}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf} - G_V \sum_f \rho_f^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} \\ &- \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{Ff}} dk \frac{k^4}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} - \mathcal{E}_{(\text{vac})}, \end{aligned} \quad (2.74)$$

sendo $\gamma = N_c \times N_s = 6$.

Da mesma forma que realizado no caso SU(2), precisamos adicionar a quantidade $\mathcal{E}_{(\text{vac})}$ para assegurar que tenhamos as quantidades acima iguais a zero no vácuo. Escrevemos as quantidades no vácuo para o NJL com três sabores como

$$\mathcal{E}_{(\text{vac})} = G_s \sum_f \rho_{sf(\text{vac})}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf(\text{vac})} - \gamma \sum_f \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_{f(\text{vac})}^2)^{1/2}, \quad (2.75)$$

¹⁴Veja o Apêndice F.

$$M_{f(\text{vac})} = m_f - 2G_s \rho_{sf(\text{vac})} - 2K \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'(\text{vac})} \quad (2.76)$$

e

$$\rho_{sf(\text{vac})} = -\frac{\gamma M_{f(\text{vac})}}{2\pi^2} \int_0^\Lambda \frac{dk k^2}{(k^2 + M_{f(\text{vac})}^2)^{1/2}}. \quad (2.77)$$

Agora temos todos os elementos do modelo NJL com três sabores necessários para estudarmos a termodinâmica da matéria fortemente interagente em $T = 0$.

2.2.5 Transição de fases quiral em SU(3)

Para o caso do modelo NJL com três sabores ainda, temos de determinar a constante de mistura de sabores K e a massa corrente do quark s . Essas constantes podem ser obtidas de forma a reproduzir as massas dos mésons \mathbf{K} , $\boldsymbol{\eta}$ e $\boldsymbol{\eta}'$ (note que há pelo menos três observáveis adicionais). Os parâmetros utilizados para o modelo em três sabores estão listados na Tabela 2.3.

TABELA 2.3 – Parametrizações do modelo NJL SU(3). Para cada conjunto de parâmetros (G_s , K , m_f) também são listados os valores de $M_{f(\text{vac})}$ obtidos. Os conjuntos RKH, HK e LKW foram retiradas da referências (REHBERG *et al.*, 1996; HATSUDA; KUNIHIRO, 1994; LUTZ *et al.*, 1992), respectivamente.

Conjunto	RKH	HK	LKW
Λ (MeV)	602,3	631,4	750
$G_s \Lambda^2$	1,835	1,835	1,82
G_V/G_s	–	–	1,1
$K \Lambda^5$	12,36	9,29	8,9
$m_{u,d}$ (MeV)	5,5	5,5	3,6
m_s (MeV)	140,7	135,7	87
$M_{u,d(\text{vac})}$ (MeV)	367,7	335	361
$M_{s(\text{vac})}$ (MeV)	549,5	527	501
$\langle \bar{u}u \rangle_{\text{vac}}^{1/3}$ (MeV)	–241,9	–246,9	–287
$\langle \bar{s}s \rangle_{\text{vac}}^{1/3}$ (MeV)	–257,7	–267	–306
f_π (MeV)	92,4	93	93
m_π (MeV)	135	138	139
$m_{\mathbf{K}}$ (MeV)	497,7	496	498

As análises que faremos aqui seguem os mesmos passos que os apresentados na Subseção 2.2.3. Entretanto, diferentemente do caso de dois sabores, temos as quantidades do quarks s sendo levadas em conta. Então fazemos k_{Ff} variar e para cada valor do momento de Fermi solucionamos a equação transcendental (2.69), juntamente com a Equação (2.67), e avaliamos Ω através da Equação (2.74). Podemos ver este resultado para vários valores de G_V nas Figuras 2.15. Usando como exemplo o caso de $G_V = 0$, novamente ressaltamos que a curva que satisfaz a estabilidade termodinâmica é a dada pelo segmento ABC .

Nota-se que aqui ocorre exatamente o mesmo efeito em relação a G_V observado no

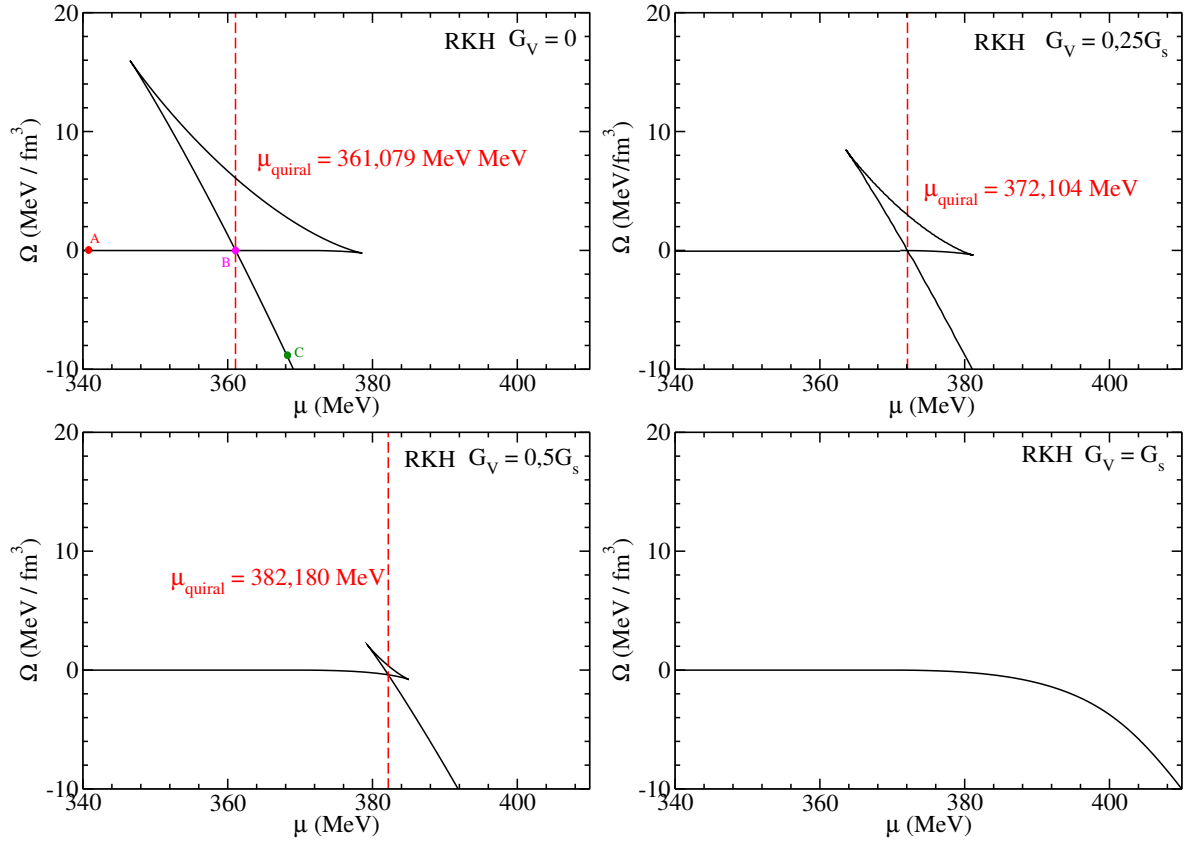


FIGURA 2.15 – Ω em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores e para $G_V = 0$, $G_V = 0,25G_s$, $G_V = 0,5G_s$ e $G_V = G_s$.

modelo NJL com dois sabores. À medida que aumentamos G_V , o valor do potencial químico da transição de fases é deslocado de seu valor original¹⁵ até o momento em que a transição de primeira ordem desaparece em favor de uma da transição de fases contínua.

Podemos observar também a influência do canal vetorial na massa constituinte, dada pela Equação (2.69), e nos condensados quirais, definidos na Equação (2.67). Veja as Figuras 2.16, 2.17, 2.18 e 2.19 a seguir.

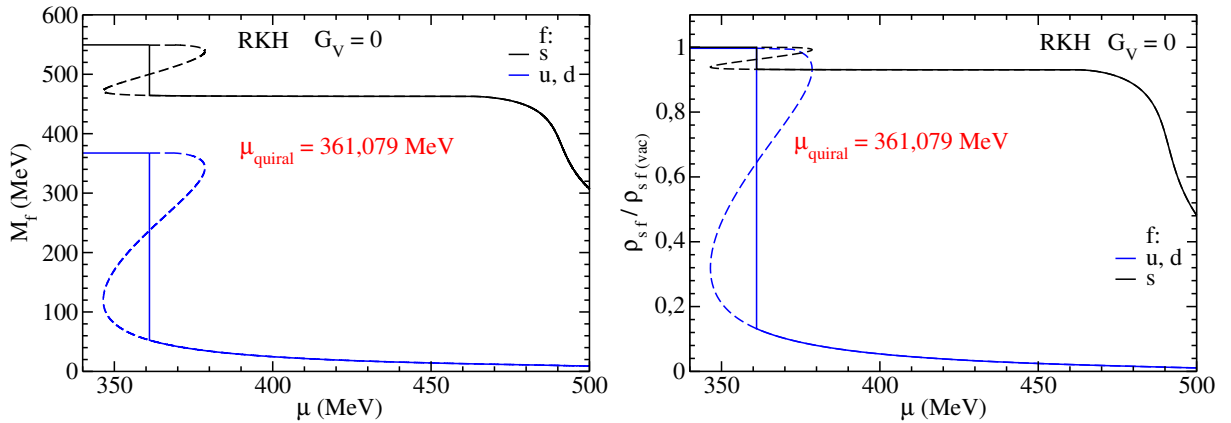


FIGURA 2.16 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0$. A curva azul refere-se aos quarks u, d e a curva preta aos quarks s .

¹⁵Lembramos que o valor original do potencial químico é dado por $\mu = (k_{Ff}^2 + M_f^2)^{1/2}$.

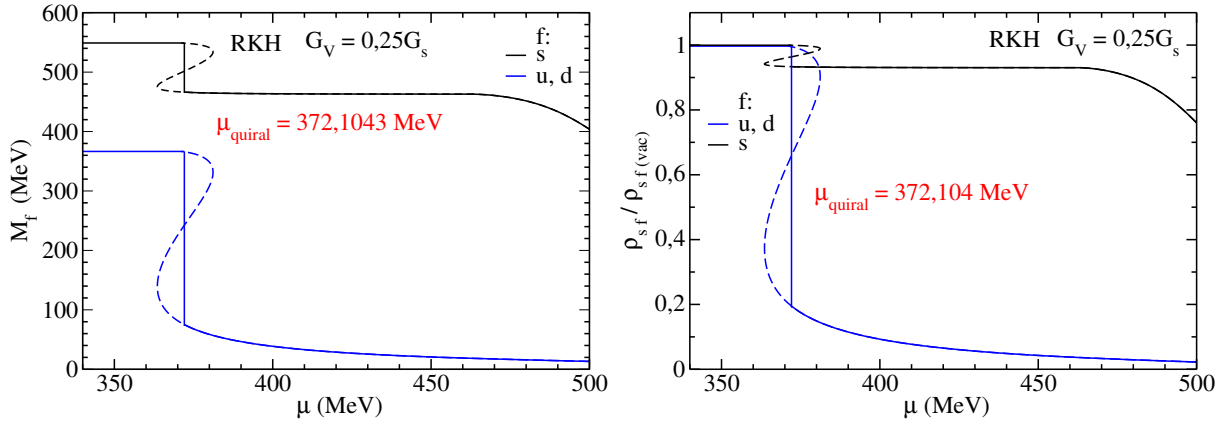


FIGURA 2.17 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0,25G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u, d e a curva preta aos quarks s .

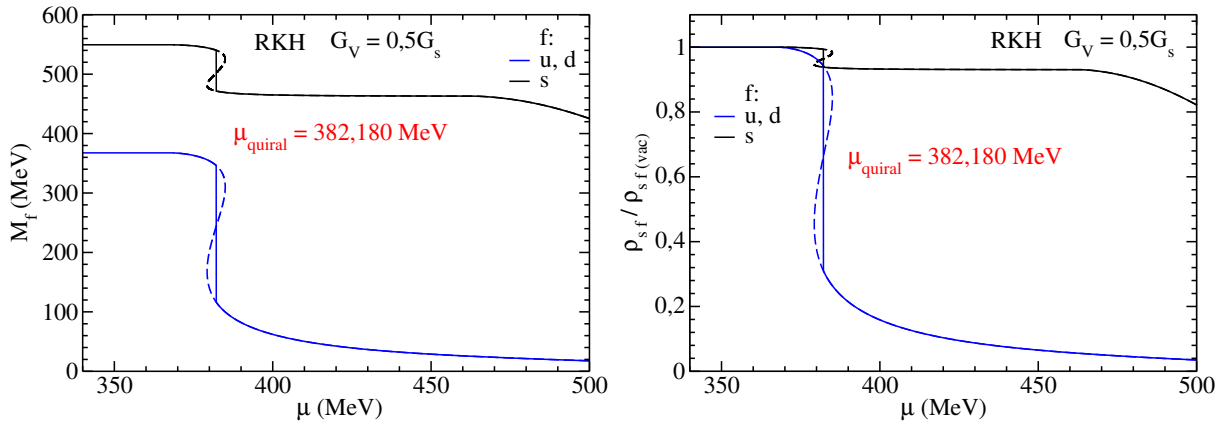


FIGURA 2.18 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = 0,5G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u, d e a curva preta aos quarks s .

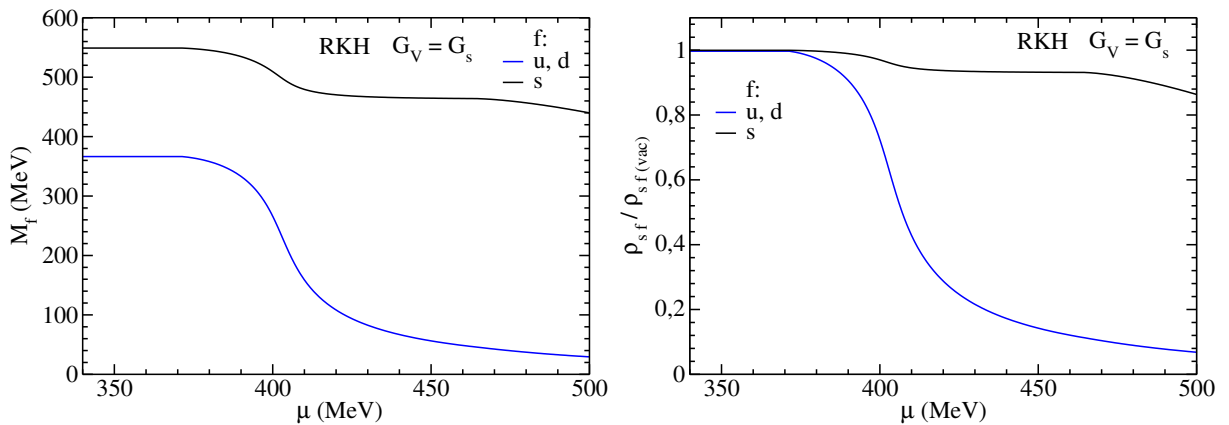


FIGURA 2.19 – M_f em função de μ para o conjunto RKH do modelo NJL de três sabores com $G_V = G_s$. A curva azul refere-se aos quarks u, d e a curva preta aos quarks s .

Novamente, vemos que o canal vetorial exerce um papel importante na transição de fases quiral, “deslocando” o μ_{quiral} para valores mais altos, até eliminar totalmente a transição de fases de primeira ordem. Outro resultado interessante que podemos observar também em SU(3) é o efeito da redução da massa dos quarks. Olhando para o caso $G_V = 0$,

para o qual $\mu_{\text{quiral}} = 361,079 \text{ MeV}$, podemos ver que os quarks *up* e *down* sofrem uma drástica queda no valor de sua massa, saindo de $367,7 \text{ MeV}$ para praticamente 50 MeV , um decréscimo de aproximadamente 85% em suas massas. Já o quark estranho não sofre uma queda tão significativa em sua massa se comparado aos quarks leves. Podemos ver ainda que tanto sua massa quanto o valor de ρ_{ss} permanecem praticamente estáveis após a transição quiraral, até aproximadamente 470 MeV , quando os valores passam a cair.

2.3 Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL)

Apesar dos modelos de sacola do MIT e NJL serem adequados em descrever a certas características da QCD, eles ainda padecem da falta da descrição do desconfinamento assintótico dos quarks¹⁶. Tentando-se aproximar os modelos efetivos à teoria original da QCD, foi proposto o modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL) (FUKUSHIMA, 2004). O modelo baseia-se na inserção de modo fenomenológico do efeito de confinamento/desconfinamento a partir da incorporação do laço (ou *loop*) de Polyakov (POLYAKOV, 1978; SUSSKIND, 1979; SVETITSKY; YAFFE, 1982) definido com um *loop* de Wilson no espaço euclidiano (WILSON, 1974). O laço de Wilson nos fornece um mecanismo capaz de realizar uma transformação de *gauge* entre dois pontos do espaço-tempo euclidiano, de modo a preservar a invariância do campo de *gauge*. O *loop* de Wilson é definido como

$$W(x, y) = \mathcal{P} \exp \left[i \int_x^y dx^\mu A_\mu \right], \quad (2.78)$$

onde A_μ é o campo de glúons. No espaço-tempo euclidiano $W(x, y)$ pode alcançar dois tempos euclidianos distintos, $\tau = 0$ e $\tau = \beta$ na mesma posição espacial \vec{x} . Este laço fechado é interpretado como o laço de Polyakov, dado por

$$\hat{L}(\vec{x}) = \mathcal{P} \exp \left[i \int_0^\beta d\tau A_4(\vec{x}, \tau) \right], \quad (2.79)$$

sendo $A_4 = iA_0$ a componente temporal euclidiana do campo gluônico A_μ , $\beta = 1/T$ é o inverso da temperatura e \mathcal{P} indica a ordem do caminho no tempo imaginário τ , que pode ir de 0 a β . A partir das rotações de Wick (PESKIN; SCHROEDER, 1995) podemos fazer $t \rightarrow -i\tau$ para construir todo o formalismo envolvendo o operador \hat{L} , podendo interpretá-lo como uma caminho fechado que interliga os pontos 0 e β em tempos diferentes.

Podemos definir o traço de laço de Polyakov normalizado no número de cores ($N_c = 3$),

¹⁶Ou seja, desconfinamento a curtas distancias, ou em liberdade assintótica.

e seu complexo conjugado, como (FERREIRA, 2015)

$$\Phi = \left\langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}[\hat{L}] \right\rangle = \left\langle \frac{1}{3} \text{Tr} \left[\exp \left(i \int_0^\beta d\tau A_4 \right) \right] \right\rangle \quad (2.80)$$

e

$$\Phi^* = \left\langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}[\hat{L}^\dagger] \right\rangle = \left\langle \frac{1}{3} \text{Tr} \left[\exp \left(-i \int_0^\beta d\tau A_4 \right) \right] \right\rangle, \quad (2.81)$$

onde Φ é introduzido como um campo de fundo no modelo NJL com o intuito de trazer a dinâmica dos glúons ao modelo. Assim, Φ pode ser interpretado como o parâmetro de ordem da transição confinamento/desconfinamento, uma vez que tal quantidade está ligada com a simetria de centro $(\mathbb{Z}(N_c))^{17}$ (HOLLAND; WIESE, ; WEISS, 1982). Em sistemas puros de glúons esta simetria tem um papel importante e sempre é verificada em sistemas bosônicos. Ainda, Φ está associado à energia livre de um quark (F_q), via (MCLERRAN; SVETITSKY, 1981)

$$\Phi = e^{-F_q/k_B T}. \quad (2.82)$$

Caso tenhamos a simetria de centro realizada ($\Phi = 0$) e $F_q \rightarrow \infty$, significando que o quark está confinado. Em contrapartida, se tivermos a simetria de centro quebrada ($\Phi \neq 0$), o quark está desconfinado.

2.3.1 Setor puro de glúons

Como o laço de Polyakov é uma teoria puramente gluônica, sua termodinâmica deve ser determinada a partir do setor puro de glúons (SPG) em temperatura finita. Isto quer dizer que as equações de estado de um gás efetivo de glúons dependentes de Φ e Φ^* devem reproduzir resultados já conhecidos deste setor, neste caso, dados obtidos via cálculos da LQCD. O grande potencial que descreve o SPG ($\Omega_{\text{SPG}} = \mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T)$) a partir desta perspectiva. Comumente chamado de potencial de Polyakov, $\mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T)$ se apresenta de algumas formas diferentes. Os potenciais de Polyakov mais comuns na literatura são dados por

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{RTW05}}(\Phi, \Phi^*, T)}{T^4} = -\frac{b_2(T)}{2} \Phi \Phi^* - \frac{b_3}{6} (\Phi^3 + \Phi^{*3}) + \frac{b_4}{4} (\Phi \Phi^*)^2, \quad (2.83)$$

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{RRW06}}(\Phi, \Phi^*, T)}{T^4} = -\frac{b_2(T)}{2} \Phi \Phi^* + b_4(T) \ln [1 - 6\Phi \Phi^* + 4(\Phi^3 + \Phi^{*3}) - 3(\Phi \Phi^*)^2], \quad (2.84)$$

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{FUKU08}}(\Phi, \Phi^*, T)}{bT} = -54e^{-a/T} \Phi \Phi^* - \ln [1 - 6\Phi \Phi^* - 3(\Phi \Phi^*)^2 + 4(\Phi^3 + \Phi^{*3})], \quad (2.85)$$

$$\mathcal{U}_{\text{DS10}}(\Phi, T) = (a_0 T^4 + a_1 \mu^4 + a_2 T^2 \mu^2) \Phi^2 + \mathcal{U}_0(\Phi), \quad (2.86)$$

¹⁷Esta por sua vez é relacionada a simetria $\text{SU}(N_c)$.

sendo

$$b_2(T) = a_0 + a_1 \left(\frac{T_0}{T}\right) + a_2 \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 + a_3 \left(\frac{T_0}{T}\right)^3, \quad (2.87)$$

$$b_4(T) = b_4 \left(\frac{T_0}{T}\right)^3 \quad (2.88)$$

e

$$\mathcal{U}_0(\Phi) \equiv a_3 T_0^4 \ln(1 - 6\Phi^2 + 8\Phi^3 - 3\Phi^4), \quad (2.89)$$

sendo a , b , a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , b_3 e b_4 constantes adimensionais e $T_0 = 270$ MeV a temperatura para que o desconfinamento ocorra no setor puro de glúons. Estes potenciais de Polyakov são nomeados como RTW05 (RATTI *et al.*, 2006), RRW06 (RÖSSNER *et al.*, 2007; RATTI *et al.*, 2007), FUKU08 (FUKUSHIMA, 2008b) e DS10 (DEXHEIMER; SCHRAMM, 2009; DEXHEIMER; SCHRAMM, 2010). Na Figura 2.20 podemos ver os resultados do potencial de Polyakov RTW05 para o SPG comparados com os resultados obtido pela QCD na rede para a densidade de energia, pressão e entropia, dados em função de \mathcal{U} via relações $p = -\Omega_{\text{SPG}} = -\mathcal{U}$, $\epsilon = \mathcal{U} - T \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial T}$ e $s = -\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial T}$.

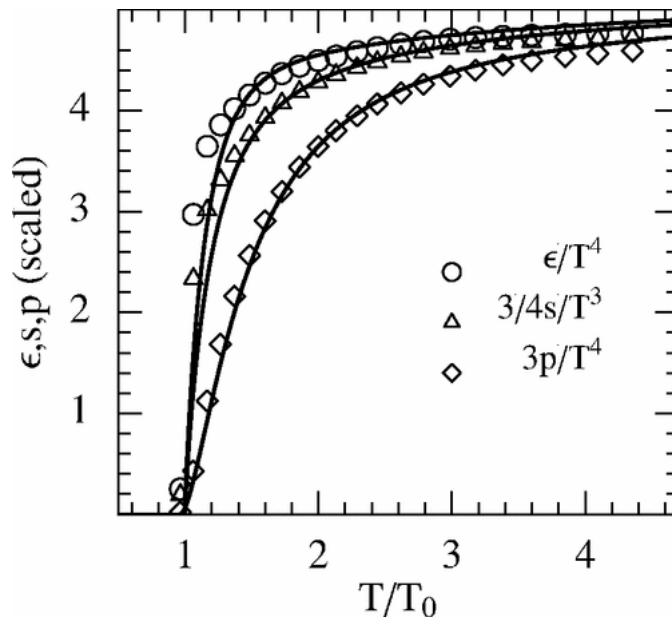


FIGURA 2.20 – Densidade de energia (ϵ), entropia (s) e pressão (p), como funções da temperatura (em unidades de T_0) para o setor puro de glúons descrito pelo potencial de Polyakov dado em (2.83). Figura extraída da referência (RATTI *et al.*, 2006).

Podemos encontrar o valor para o laço de Polyakov a partir da solução de

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \Phi} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \Phi^*} = 0, \quad (2.90)$$

sendo Φ e Φ^* soluções que minimizam o grande potencial termodinâmico do setor puro de

glúons. Como um exemplo, ilustramos na Figura 2.21 o potencial de Polyakov em função de Φ para dois valores de T . Ainda, para o SPG temos que $\Phi = \Phi^*$.

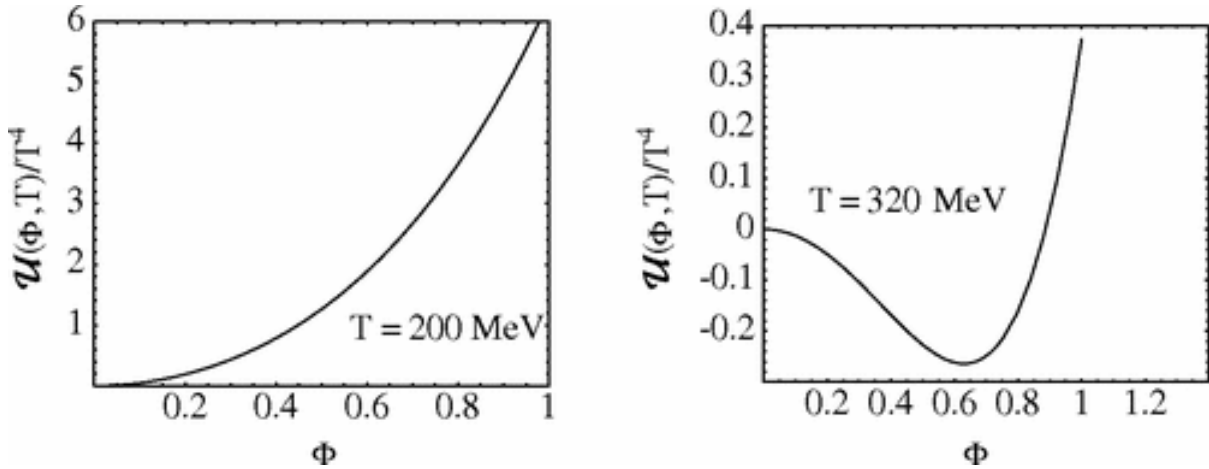


FIGURA 2.21 – Potencial de Polyakov dado em (2.83) como função de Φ para duas temperaturas diferentes. Figura extraída da referência (RATTI *et al.*, 2006).

Podemos também analisar na Figura 2.22 o laço de Polyakov em razão de T/T_c , sendo T_c a temperatura crítica. Repare que para $T = T_c$ o laço de Polyakov passa a ser diferente de zero, o que indica que ocorre a transição da fase confinada para a desconfiada, sendo esta uma transição de fases de primeira ordem com $T_c = T_0 = 270$ MeV. A construção de $b_2(T)$ no potencial RTW05, Equação (2.83), é feita de modo que essa transição de fases seja reproduzida.

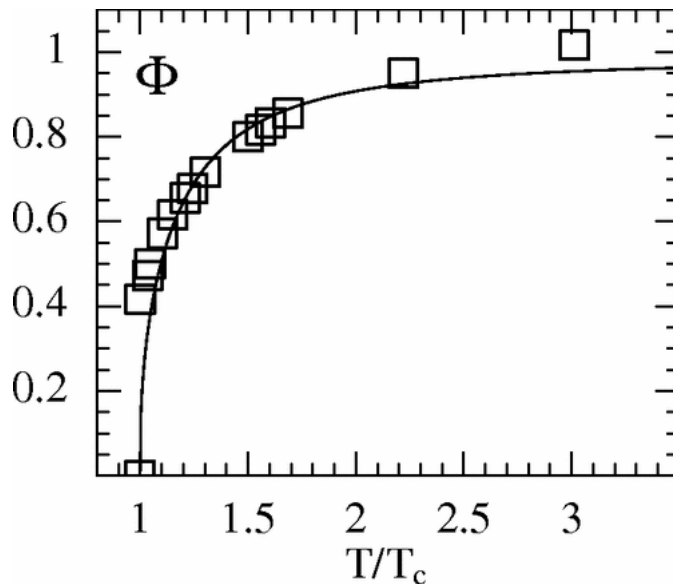


FIGURA 2.22 – Φ em função de T (em unidades de $T_c = T_0$), obtido a partir da Equação (2.90). Figura extraída da referência (RATTI *et al.*, 2006).

Se analisarmos agora o potencial de Polyakov RRW06, dado na Equação (2.84), vemos que os termos independentes da temperatura da Equação (2.83) são substituídos por um

termo logaritmo de Φ e Φ^* . Este termo em particular limita o laço de Polyakov a valores menores que 1. Na Figura 2.23 vemos a comparação das quantidades termodinâmicas deste modelo com os resultados da *lattice* e a forma do potencial de Polyakov (2.84) para alguns valores de temperatura.

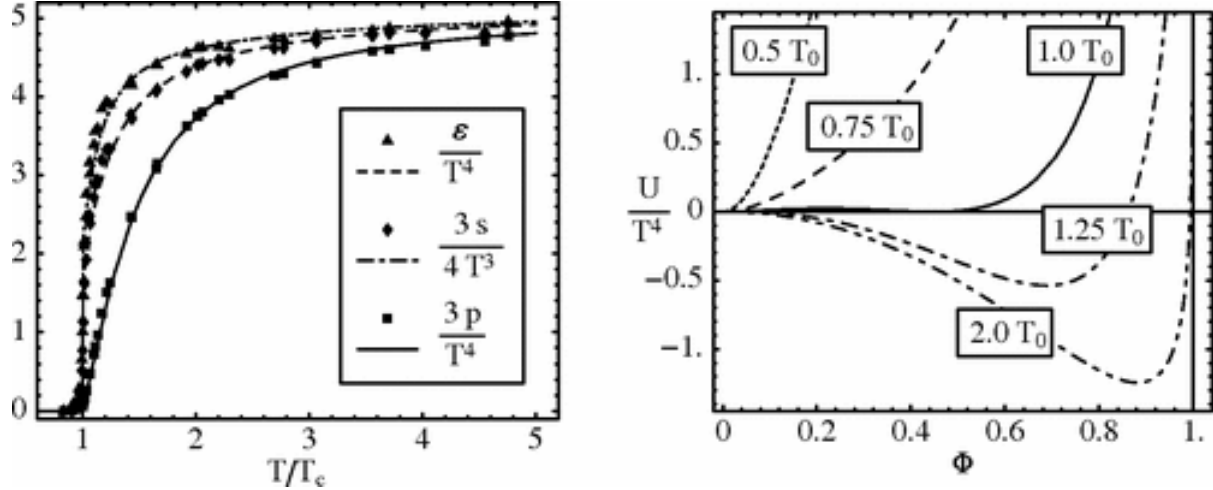


FIGURA 2.23 – SPG descrito pelo potencial de Polyakov RRW06 (2.84). Na curva da esquerda, densidade de energia (ϵ), entropia (s) e pressão (p), como funções de T (em unidades de $T_c = T_0$). Na curva da direita, U/T^4 em função de Φ para alguns valores de T . Figura extraída da referência (RÖSSNER *et al.*, 2007).

Os parâmetros adimensionais usados em $\mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T)$ para os potenciais RTW05 (2.83) e RRW06 (2.84) são dados na tabela 2.4.

TABELA 2.4 – Parâmetros dos potenciais dados nas Equações (2.83) e (2.84).

$\mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T)$	a_0	a_1	a_2	a_3	b_3	b_4
Eq. (2.83)	6,75	-1,95	2,625	-7,44	0,75	7,5
Eq. (2.84)	3,51	-2,47	15,22	-	-	-1,75

O potencial de Polyakov FUKU08, dado pela Equação (2.85), tem sua termodinâmica compatível com os dados da LQCD em temperaturas próximas à temperatura de transição de fases do desconfinamento. Diferentemente dos outros potenciais, que têm o valor de suas constantes adimensionais determinadas levando-se em conta a reprodução do limite de Stefan-Boltzman em altas temperaturas, os autores do potencial FUKU08 acreditam que este limite não deveria ser considerado, visto que o laço de Polyakov descreve glúons longitudinais e para altas temperaturas os glúons transversais devem ser os dominantes no sistema. A partir desta suposição K. Fukushima propôs a expressão dada na Equação (2.85), com $a = 664$ MeV determinado para que a transição de primeira ordem ocorra na temperatura $T_0 = 270$ MeV e b escolhido de forma que a transição quiral coincida com a transição do desconfinamento quando quarks são adicionados ao sistema. Neste caso a

transição de fases é um *crossover*¹⁸ em torno de $T = 200$ MeV.

2.3.2 Equações de estado do modelo PNJL em $T \neq 0$

O modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio é uma generalização do modelo NJL com a inclusão da dinâmica do efeito do confinamento/desconfinamento. Assim, o modelo PNJL se torna um modelo efetivo da QCD que descreve mais realisticamente a matéria fortemente interagente se comparado aos modelos de sacola do MIT e ao NJL. Basicamente a dinâmica dos quarks é introduzida na teoria modificando a derivada ∂^μ existente na densidade lagrangiana do modelo NJL, de modo que esta se torna

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu \equiv \partial^\mu + iA^\mu, \quad (2.91)$$

sendo $A^\mu = \delta^\mu A_0$ o campo dos glúons, com $A_0 = gA_a^0 \lambda_a / 2$, onde λ_a são as matrizes de Gell-Mann em $SU(3)$ ¹⁹. Ainda, faz-se também a inclusão do potencial de Polyakov na densidade lagrangiana do modelo NJL. A partir destas considerações, temos que a densidade lagrangiana do modelo PNJL com três sabores é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{PNJL}} = & \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu D^\mu - m_f) \psi_f + G_s \sum_f \sum_{a=0}^8 \left[(\bar{\psi}_f \lambda_a \psi_f)^2 - (\bar{\psi}_f \gamma_5 \lambda_a \psi_f)^2 \right] \\ & + K \sum_f \left[\det_f (\bar{\psi}_f (1 - \gamma_5) \psi_f) + \det_f (\bar{\psi}_f (1 + \gamma_5) \psi_f) \right] - \mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T) \\ & - G_V \sum_f \sum_{a=0}^8 \left[(\bar{\psi}_f \gamma_\mu \lambda_a \psi_f)^2 + (\bar{\psi}_f \gamma_\mu \gamma_5 \lambda_a \psi_f)^2 \right], \end{aligned} \quad (2.92)$$

Construímos a termodinâmica do modelo a partir da determinação do grande potencial termodinâmico dado por

$$\Omega_{\text{PNJL}} = -\frac{T}{V} \ln(Z_{\text{PNJL}}), \quad (2.93)$$

sendo Z_{PNJL} a função de partição do modelo. Uma das formas de se obter esta função de partição é através da conexão entre a Teoria Quântica de Campos e a Mecânica Estatística Quântica, diferentemente do método realizado para o modelo NJL, por exemplo, na referência (DUARTE, 2018) na qual Ω é encontrado através do uso da aproximação do campo médio, do formalismo de Nambu-Gorkov e de campos bosônicos auxiliares. Para o modelo PNJL usamos o primeiro método e obtemos o grande potencial termodinâmico

¹⁸Equivalente a uma transição de fases contínua.

¹⁹Veja o Apêndice A.

como sendo

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{PNJL}} &= G_s \sum_f \rho_{sf}^2 - G_V \sum_f \rho_f^2 + 4K \prod_f \rho_{sf} - \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} \\ &- \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_f \int_0^\infty \frac{dk k^4}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} [f(E_f, T, \Phi, \Phi^*) + \bar{f}(E_f, T, \Phi, \Phi^*)] \\ &+ \mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T), \end{aligned} \quad (2.94)$$

onde $E_f = (k_{Ff}^2 + M_f^2)^{1/2}$, $\gamma = N_s \times N_c = 6$ devido ao número de spin e cor, respectivamente. Igualmente como realizado na Seção 2.2 para o modelo NJL, precisamos introduzir um momento regularizador (Λ) na primeira integral de Ω_{PNJL} para evitar divergências. As constantes G_s , K e m_f são determinadas no setor de quarks²⁰. Exatamente como no modelo NJL, Equações (2.69) e (2.70), a massa constituinte e o potencial químico são definidos como

$$M_f = m_f - 2G_s \rho_{sf} - 2K \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'}, \quad (2.95)$$

$$\mu_f = 2G_V \rho_f + (k_{Ff}^2 + M_f^2)^{1/2}, \quad (2.96)$$

sendo $\rho_{sf} = \langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle$ o condensado dos quarks, obtido pela condição $\frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \rho_{sf}} = 0$, dado por

$$\rho_{sf} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \frac{M_f}{E_f} [f(E_f, T, \Phi, \Phi^*) + \bar{f}(E_f, T, \Phi, \Phi^*)] - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 \frac{M_f}{E_f}. \quad (2.97)$$

As distribuições de Fermi-Dirac, $f(E_f, T, \Phi, \Phi^*)$ e $\bar{f}(E_f, T, \Phi, \Phi^*)^{21}$, são dadas por

$$f(k, T, \Phi, \Phi^*) = \frac{\Phi e^{2(E-\mu)/T} + 2\Phi^* e^{(E-\mu)/T} + 1}{3\Phi e^{2(E-\mu)/T} + 3\Phi^* e^{(E-\mu)/T} + e^{3(E-\mu)/T} + 1} \quad (2.98)$$

e

$$\bar{f}(k, T, \Phi, \Phi^*) = \frac{\Phi^* e^{2(E+\mu)/T} + 2\Phi e^{(E+\mu)/T} + 1}{3\Phi^* e^{2(E+\mu)/T} + 3\Phi e^{(E+\mu)/T} + e^{3(E+\mu)/T} + 1}. \quad (2.99)$$

Podemos encontrar a densidade de quarks $\rho_f = \langle \bar{\psi}_f \gamma_0 \psi_f \rangle$ a partir de

$$\rho_f = -\frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \mu_f} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 [f(E_f, T, \Phi, \Phi^*) - \bar{f}(E_f, T, \Phi, \Phi^*)]. \quad (2.100)$$

²⁰Ou seja, estas constantes são calculadas utilizando-se o modelo NJL, da mesma forma mostrada na Subseção 2.2.3 e 2.2.5.

²¹Estas funções não são complexos conjugados uma das outras, uma vez que ambas são funções reais (HANSEN, 2009).

Podemos perceber que as equações de estado do modelo PNJL são similares às do modelo NJL. As diferenças estão na substituição das função de Fermi-Dirac usuais dos quarks e antiquarks pelas funções generalizadas dada pelas Equações (2.98) e (2.99), e na introdução da dinâmica dos glúons através do potencial de Polyakov. Além disso, as soluções para Φ e Φ^* podem ser encontradas através de

$$\frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \Phi} = \frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \Phi^*} = 0, \quad (2.101)$$

que simultaneamente com a solução da Equação (2.95) para a massa constituinte, determinam completamente o modelo PNJL. Podemos também calcular a densidade de entropia do modelo via

$$\mathcal{S}_{\text{PNJL}} = -\frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial T} \quad \text{ou} \quad \mathcal{S}_{\text{PNJL}} = \frac{P_{\text{PNJL}} + \mathcal{E}_{\text{PNJL}} - \sum_f \mu_f \rho_f}{T} \quad (2.102)$$

Por fim, ressaltamos que no limite $T = 0$, as distribuições de Fermi-Dirac dadas pelas Equações (2.98) e (2.99) se transformam em funções degrau $\theta(k_{Ff} - k)$ e toda a dinâmica de Φ desaparece, fazendo com que as equações de estado se reduzam às mesmas dadas pelo modelo NJL em temperatura zero.

3 Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio SU(2) em temperatura nula

Como vimos no capítulo passado, os modelos NJL e PNJL exibem a mesma falha, a falta de descrição do confinamento/desconfinamento dos quarks em temperatura zero. O modelo PNJL, apesar de ser uma clara evolução do modelo NJL, tem a capacidade de descrever o confinamento/desconfinamento em $T \neq 0$ através dos campos Φ e Φ^* . Entretanto, tal dinâmica não se mantém no regime de temperatura nula. Este problema ocorre por dois motivos. O primeiro é que para o limite $T \rightarrow 0$ as distribuições generalizadas de Fermi-Dirac, dadas nas Equações (2.98) e (2.99), se transformam em funções degrau $\theta(k_F - k)$ e as integrais que vão até o infinito passam a ir até k_F . O segundo motivo é que as contribuições dos glúons, dadas através dos potenciais de Polyakov, se anulam em temperatura nula, ou seja, $\mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T = 0) = 0$. Assim, as equações de estado do modelo PNJL se tornam as mesmas dadas no modelo NJL em $T = 0$, conseqüentemente perdendo-se totalmente a informação acerca do confinamento/desconfinamento e toda a estrutura do laço de Polyakov implementada em $T \neq 0$.

Para contornar este problema, foi proposto nas referências (MATTOS *et al.*, 2019; MATTOS *et al.*, 2021a) o modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio em $T = 0$ (PNJL0) em sua versão de dois sabores. O modelo baseia-se em uma transformação realizada nas constantes de acoplamento do modelo NJL em temperatura nula, de modo que as contribuições advindas do laço de Polyakov não são perdidas no limite $T \rightarrow 0$. Neste capítulo nos dedicaremos a descrever o modelo PNJL0 em dois sabores, bem como seu comportamento termodinâmico com as características das transições de fases da quebra/restauração da simetria quiral e do confinamento/desconfinamento.

3.1 Equações de estado do modelo PNJL0 SU(2)

A ideia básica do modelo PNJL0 é introduzir o laço de Polyakov nas equações de estado do modelo NJL em temperatura zero. Com este propósito usamos o traço do *loop* como um campo de fundo efetivo escalar em $T = 0$ e impomos que as constantes de acoplamento desapareçam quando os quarks estiverem desconfiados, regime em que $\Phi \rightarrow 1$. Essa fenomenologia pode ser alcançada transformando as constantes de acoplamento em funções dependentes do laço de Polyakov, sendo escritas da seguinte forma

$$G_s \rightarrow \mathcal{G}_s(G_s, \Phi) = G_s (1 - \Phi^2) , \quad (3.1)$$

$$G_V \rightarrow \mathcal{G}_V(G_V, \Phi) = G_V (1 - \Phi^2) , \quad (3.2)$$

onde G_s e G_V são as constantes que regulam os canais de acoplamento escalar e vetorial, respectivamente. Aqui utilizamos o *approach* $\Phi = \Phi^*$. Estas alterações podem ser interpretadas como uma versão mais simplificada da proposta do modelo *Entanglement* PNJL (EPNJL) (SAKAI *et al.*, 2010), onde os autores propõem uma mudança do tipo

$$G_s(\Phi, \Phi^*) = G_s [1 - \alpha_1 \Phi \Phi^* - \alpha_2 (\Phi^3 + \Phi^{*3})] , \quad (3.3)$$

para a constante de acoplamento escalar¹, com α_1 e α_2 constantes a serem determinadas. As alterações propostas nesse trabalho visam reproduzir dados da QCD na rede para potenciais químicos imaginários (SAKAI *et al.*, 2010). Para este modelo, as correlações entre os parâmetros de ordem ρ_s e Φ são mais fortes, o que acarreta nas transições de fases da simetria quiral quebrada/restaurada e do confinamento/desconfinamento acontecerem para uma mesmo $T (\neq 0)$ quando $\mu = 0$. Note que para o caso no qual $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ o modelo EPNJL se reduz ao modelo PNJL e assim como este, perde toda as contribuições de Φ quando em temperatura zero, novamente reduzindo-se ao modelo NJL em $T = 0$.

Na proposta do modelo PNJL0, assumimos que os quarks estão livres quando $\Phi = 1$ e suas interações devem desaparecer. Já para $\Phi = 0$, os quarks permanecem confinados. Implementamos as mudanças (3.1) e (3.2) nas equações de estado do modelo NJL em $T = 0$, Equações (2.48), (2.58) e (2.59), o que conseqüentemente demanda a determinação dos possíveis valores de Φ através da condição

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \Phi} \right)_\mu = 0 , \quad (3.4)$$

¹No trabalho (SAKAI *et al.*, 2010), os autores não consideram realizar uma modificação na constante de acoplamento do canal vetorial.

ou, equivalentemente

$$\left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Phi}\right)_\rho = 0, \quad (3.5)$$

resolvida simultaneamente com as equação de M com os acoplamentos modificados. Entretanto, simplesmente tornar as constantes de acoplamento dependentes do laço de Polyakov não é capaz de gerar soluções para Φ diferentes de zero, o que conseqüentemente reduz as equações de estado as do NJL em temperatura zero novamente. A fim de evitarmos este problema, além das modificações dadas por (3.1) e (3.2), adicionamos a quantidade $\mathcal{U}_0(\Phi)$ nos potenciais termodinâmicos que descrevem o sistema (\mathcal{E} e Ω). Esta quantidade é escrita como

$$\mathcal{U}_0(\Phi) = a_3 T_0^4 \ln(1 - 6\Phi^2 + 8\Phi^3 - 4\Phi^4), \quad (3.6)$$

onde a_3 é um parâmetro livre adimensional e $T_0 = 190$ MeV sendo a temperatura que o desconfinamento acontece no SPG (RATTI *et al.*, 2006). Outro efeito importante deste termo é restringir os valores de Φ no intervalo $0 \leq \Phi \leq 1$. A introdução deste termo foi inspirada na proposta das referências (DEXHEIMER; SCHRAMM, 2009; DEXHEIMER; SCHRAMM, 2010), onde os autores adicionam o termo em seu potencial de Polyakov, dado pela Equação (2.86), para garantir soluções diferentes de zero. Entretanto, este é um modelo muito mais elaborado, que leva em conta as graus de liberdade de hádrons e quarks em sua densidade lagrangiana.

Introduzindo os acoplamentos \mathcal{G}_s e \mathcal{G}_V juntamente com o potencial $\mathcal{U}_0(\Phi)$ nas EOS do modelo NJL em $T = 0$, Equações (2.48) e (2.59), obtemos os potenciais termodinâmicos do modelo PNJL0 com dois sabores², dados por

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{PNJL0}} &= G_V \rho^2 + G_s \rho_s^2 - 2G_V \Phi^2 \rho^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \mathcal{E}_{(\text{vac})} \\ &+ \mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho, \rho_s, \Phi) \end{aligned} \quad (3.7)$$

e

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{PNJL0}} &= -G_V \rho^2 + G_s \rho_s^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} - \frac{\gamma}{6\pi^2} \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{(k^2 + M^2)^{1/2}} \\ &+ \mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho, \rho_s, \Phi) - \mathcal{E}_{(\text{vac})}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

sendo $\mathcal{E}_{(\text{vac})}$ definido pela Equação (2.46). Definimos o potencial de Polyakov do modelo

²Aqui estamos nas mesmas condições de matéria simétrica de quarks que a apresentada na Subseção 2.2.1, ou seja, $\psi_u = \psi_d$.

PNJL0 como

$$\mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho, \rho_s, \Phi) = G_V \Phi^2 \rho^2 - G_s \Phi^2 \rho_s^2 + \mathcal{U}_0(\Phi) . \quad (3.9)$$

Podemos escrever, respectivamente, a equação para a massa constituinte e potencial químico do modelo PNJL0 como

$$M = m - 2G_s(1 - \Phi^2)\rho_s \quad (3.10)$$

e

$$\mu = 2G_V(1 - \Phi^2)\rho + (k^2 + M^2)^{1/2} , \quad (3.11)$$

com ρ_s dado por

$$\rho_s = -\frac{\gamma M}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk \frac{k^2}{(k^2 + M^2)^{1/2}} \quad (3.12)$$

sendo exatamente a mesma expressão encontrada para o modelo NJL.

Um aspecto importante a ser observado no modelo PNJL0 é a inclusão do efeito chamado de *back-reaction* do setor de quarks no setor de glúons, em outras palavras, as interações dos quarks influenciam no setor dos glúons, como mostrado na Equação (3.9), onde temos o potencial dependente de fontes de quarks (ρ e ρ_s). Nos modelos PNJL convencionais em temperatura finita acontece o inverso, o setor dos glúons interfere no setor dos quarks através das funções generalizadas de Fermi-Dirac, onde o laço de Polyakov está presente, veja as expressões (2.98) e (2.99). Porém, não temos os quarks interferindo no setor de glúons, como percebe-se nos potenciais de Polyakov apresentados na Subseção 2.3.1. Já o modelo PNJL0 apresenta um efeito de *back-reaction* completo em $T = 0$, ou seja, os setores dos quarks e dos glúons interferem uns nos outros, com a suposição que as interações desapareçam na fase do desconfinamento e da inclusão do termo dado pela Equação (3.6).

3.2 Soluções de $\Phi \neq 0$ para o modelo PNJL0 SU(2)

A inclusão do termo $\mathcal{U}_0(\Phi)$ no potencial de Polyakov, dado na Equação (3.6), possibilita que o modelo PNJL0 exiba soluções não nulas de Φ quando se resolve a Equação (3.4) ou (3.5). Isto nos habilita a estudar a dinâmica do desconfinamento no regime de temperatura zero, com a constante a_3 regulando este efeito. Assim, investigamos o comportamento do grande potencial termodinâmico Ω_{PNJL0} como função do laço de Polyakov. Mostramos na

Figura 3.1 o comportamento de Ω_{PNJL0} , dado pela Equação (3.8), em função de Φ com a Equação (3.10) solucionada sem levar em consideração a condição $\partial\Omega_{\text{PNJL0}}/\partial\Phi = 0$. Variamos aqui os valores de a_3 e μ usando os parâmetros do conjunto 3 da Tabela 2.2. Note nas figuras que para um valor fixo de μ , como por exemplo $\mu = 517$ MeV, a variação

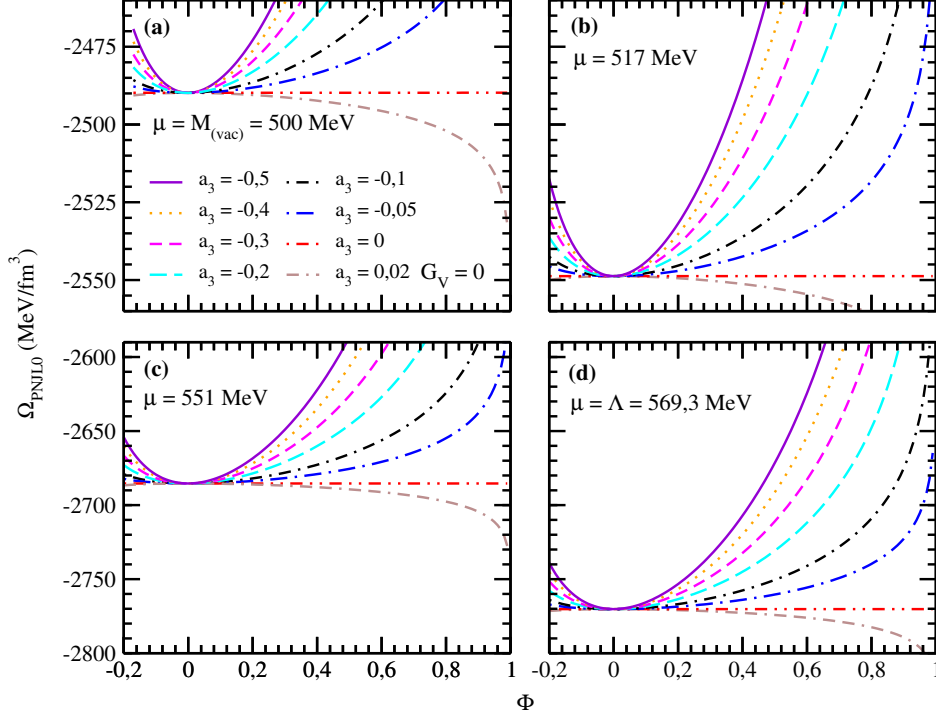


FIGURA 3.1 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{(\text{vac})} = 500$ MeV, em (b) por $\mu = 517$ MeV, em (c) por $\mu = 551$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 569,3$ MeV.

dos valores de a_3 não produz nenhuma alteração no valor de Φ correspondente ao mínimo de Ω_{PNJL0} , ou seja, somente há mínimos em $\Phi = 0$ qualquer que seja o valor de a_3 . Também pode ser notado que para um valor positivo de a_3 temos o aparecimento de um máximo em vez de um mínimo, situação fisicamente descartada. Vemos esses mesmos efeitos para todos os valores de μ testados. Até mesmo para o valor mais extremo que podemos inferir para o potencial químico, $\mu = \Lambda = 569,3$ MeV, não há indicações que será produzido valores de $\Phi \neq 0$. Isso significa que o modelo não exibe a dinâmica do desconfinamento para a região analisada de $M_{(\text{vac})} \leq \mu \leq \Lambda$. O único efeito aqui observado é: conforme aumentamos μ , diminuimos o valor de $\Omega_{\text{PNJL0}}(\Phi = 0)$. De forma resumida, o modelo PNJL0 com $G_V = 0$, não exibe a dinâmica do confinamento/desconfinamento para os parâmetros³ do conjunto 3 da Tabela 2.2. Mostramos na Figura 3.2, para os mesmos valores de μ e a_3 da Figura 3.1, que caso o canal vetorial seja incluído ($G_V \neq 0$), então passa a ser possível o aparecimento de um segundo mínimo para Ω_{PNJL0} conforme aumentamos o valor de μ , mostrando que a dinâmica do confinamento/desconfinamento

³Na referência (MATTOS *et al.*, 2021a), os autores chegam a mesma conclusão usando outro conjunto de parâmetros.

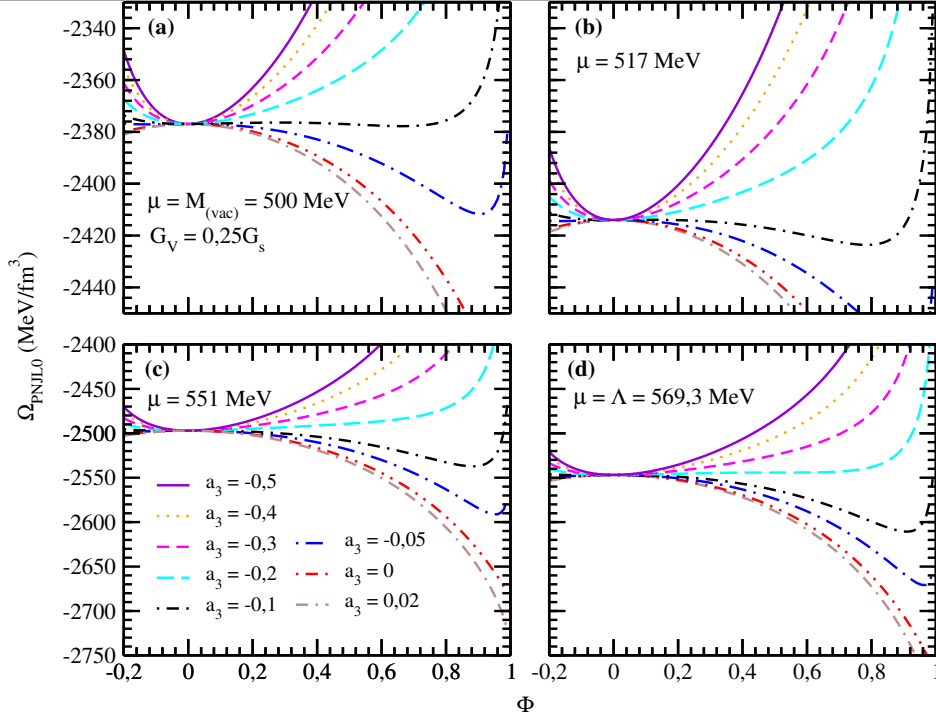


FIGURA 3.2 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{(\text{vac})} = 500$ MeV, em (b) por $\mu = 517$ MeV, em (c) por $\mu = 551$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 569,3$ MeV.

está presente no sistema. Usando como exemplo a Figura 3.2b, onde $\mu = 517$ MeV, para o caso de $a_3 = -0,1$ (curva preta), o modelo exibe para Ω_{PNJL0} um mínimo local em $\Phi = 0$ e uma mínimo global em $\Phi \approx 0,8$. Isto significa que existe um valor para o potencial químico que fornece dois valores distintos de Φ para um mesmo valor de Ω_{PNJL0} , ou seja, o modelo PNJL0 com $G = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ sofre uma transição de fases, onde o parâmetro de ordem é o laço de Polyakov Φ . Pode-se concluir desta análise, que o modelo PNJL0 necessariamente precisa do canal vetorial ativo para exibir soluções para Φ diferentes de zero e consequentemente exibir a fenomenologia do confinamento/desconfinamento em $T = 0$.

3.3 Transição de fases do confinamento/desconfinamento em $T = 0$

Podemos agora estudar as transições de fases do modelo PNJL0. A partir deste ponto, todos os cálculos realizados utilizarão os parâmetros do conjunto 3 da Tabela 2.2, $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$. Para isso avaliamos Ω_{PNJL0} , dado pela Equação (3.8), impondo a condição $(\partial\Omega_{\text{PNJL0}}/\partial\Phi)_\mu = 0$ e solucionando simultaneamente a equação transcendental da massa constituinte, Equação (3.10), com ρ_s , dado pela Equação (3.12). Basicamente, utilizaremos aqui os mesmos métodos da Subseção 2.2.3 para identificar o valor do poten-

cial químico no qual acontece a transição de fases do confinamento/desconfinamento. Entretanto, agora nosso parâmetro de ordem para a transição de fases será Φ . Na Figura 3.3 vemos que a curva correta para a fase do confinamento/desconfinamento de acordo com a consistência termodinâmica é dada pelo segmento DEF . Repare que a transição quiral

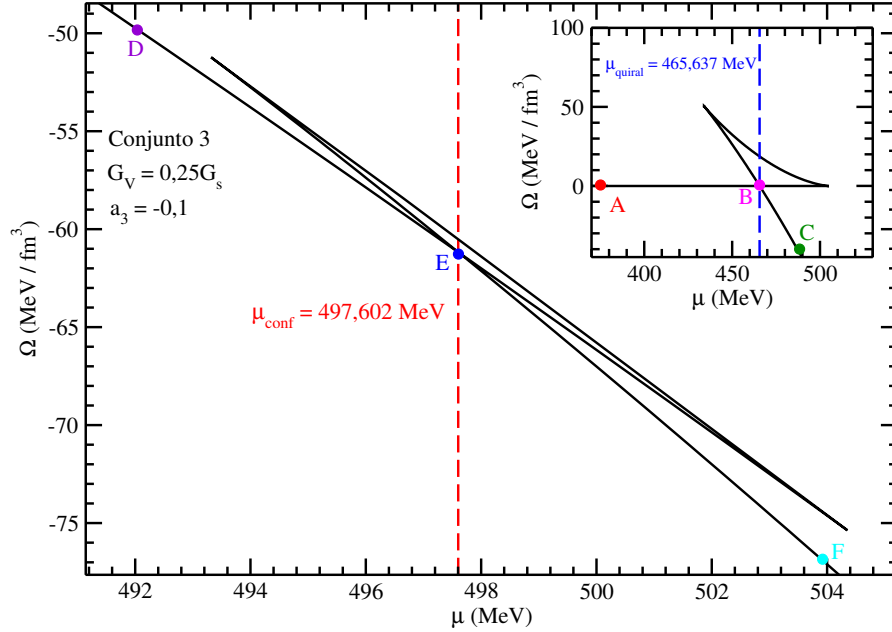


FIGURA 3.3 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. A transição de fases do confinamento/desconfinamento é dada em $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV. No *inset* do gráfico mostramos a curva da transição quiral no modelo PNJL0, que ocorre em $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV.

no modelo PNJL0 ocorre exatamente no mesmo potencial químico do modelo NJL com a mesma parametrização⁴, ou seja, $\mu_{\text{quiral}}^{\text{PNJL0}} = \mu_{\text{quiral}}^{\text{NJL}}$. Podemos facilmente compreender o porquê disto, basta analisarmos as EOS do modelo PNJL0 e a figura principal. Nota-se que $\mu_{\text{quiral}} < \mu_{\text{conf}}$, isto significa que o sistema se encontra na fase onde os quarks estão confinados, indicando que $\Phi = 0$. Tomar $\Phi = 0$, significa reduzir o modelo PNJL0 ao modelo NJL em temperatura nula, conforme mostrado na Seção 3.1, ou seja, quando os quarks estão confinados a termodinâmica é governada pelo modelo NJL. Somente a partir de μ_{conf} o laço de Polyakov se torna diferente de zero e o sistema passa a ser governado pelo modelo PNJL0. Dito isto, a curva total termodinamicamente estável passa a ser dada pelo segmento $ABCDEF$, como mostrado na Figura 3.4.

Equivalentemente, também podemos obter o potencial químico da transição do confinamento/desconfinamento a partir da busca de mínimos globais simultâneos do grande potencial termodinâmico em função de Φ . Na Figura 3.5 mostramos para alguns valores fixos de μ que dois mínimos simultâneos ocorrem exatamente para $\mu = \mu_{\text{conf}}$. Perceba que para os valores $\mu = 495$ MeV e $\mu = 500$ MeV somente temos um mínimo global, ou seja, nestes casos o sistema encontra-se exclusivamente em uma das duas fases termodinâmicas

⁴Veja a Figura 2.7.

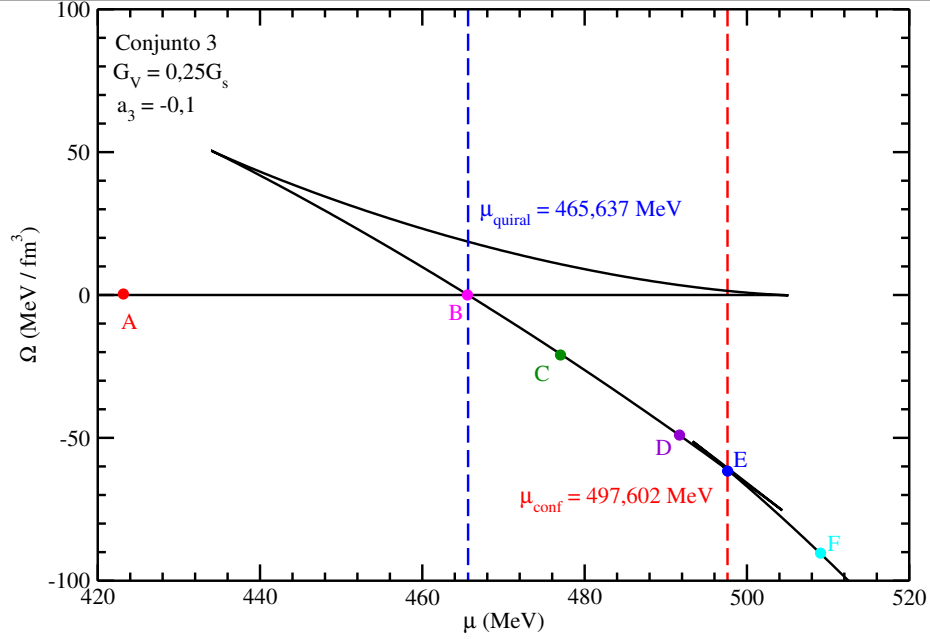


FIGURA 3.4 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2. Sendo $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV e $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV. A curva estável total é dada pelo segmento $ABCDEF$.

possíveis (confinamento ou desconfinamento). Apenas em $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV o sistema realiza a transição de fases. Note que os dois mínimos simultâneos estão associados aos

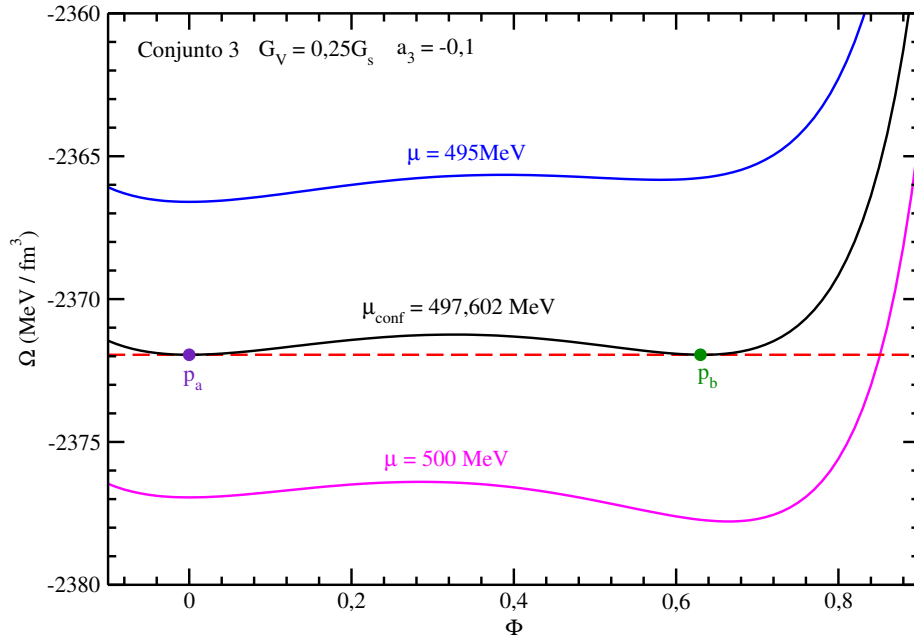
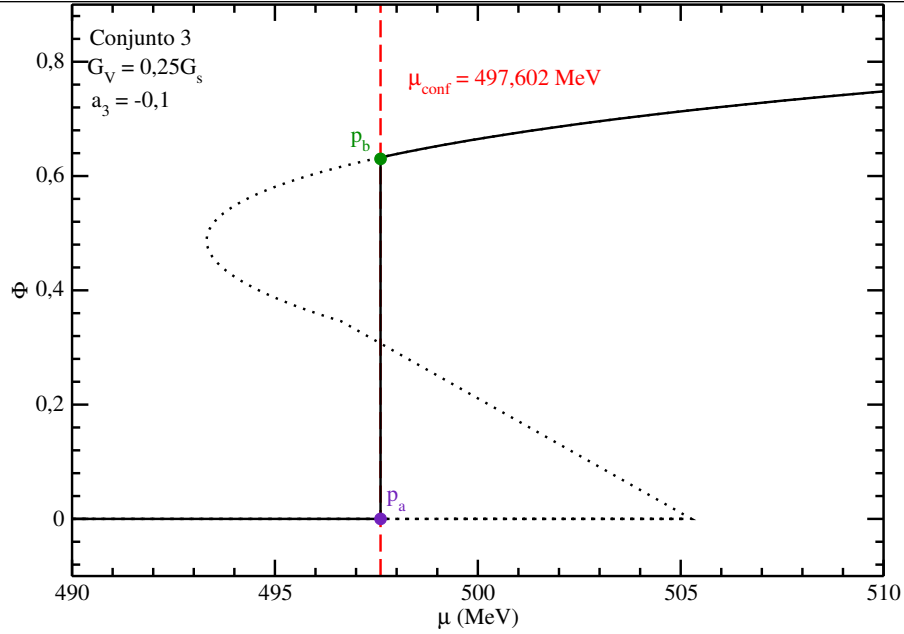


FIGURA 3.5 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$, $a_3 = -0,1$ e alguns valores de μ fixos, para o conjunto 3 da Tabela 2.2.

pontos p_a e p_b . Estes mesmo pontos também podem ser visualizados na curva do parâmetro de ordem Φ em função do potencial químico μ , veja a Figura 3.6. Repare que os pontos associados aos mínimos globais de Ω_{PNJL0} para $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV, delimitam a fase termodinâmica do sistema, determinando onde os quarks estão confinados (ponto


 FIGURA 3.6 – Φ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2.

p_a , $\Phi = 0$) e desconfinados (ponto p_b , $\Phi \neq 0$).

Podemos também analisar o comportamento do condensado de quarks (ρ_s) do modelo PNJL0. Na Figura 3.7, vemos que esta quantidade sofre duas transições em potenciais químicos distintos, uma em $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV e outra em $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV. Repare que para $\mu < \mu_{\text{conf}}$ o condensado é descrito pela dinâmica do modelo NJL, sendo a curva para ρ_s nesta região a mesma encontrada na Figura 2.7. No potencial químico do confinamento/desconfinamento, $\mu_{\text{conf}} = 497,602$ MeV, a descontinuidade de Φ é refletida em ρ_s devido ao efeito do *back-reaction* do setor de glúons no de quarks, como mostrado na Equação (3.9). No *inset* da figura vemos mais claramente a transição do confinamento/desconfinamento refletida também no condensado quiral.

3.4 Fase quarkiônica

Podemos identificar uma outra fase termodinâmica da matéria fortemente interagente a partir da Figura 3.7 definida na região $\mu_{\text{quiral}} < \mu < \mu_{\text{conf}}$ (FUKUSHIMA, 2008b). Neste intervalo de μ a matéria de quarks tem sua simetria quiral praticamente restaurada, uma vez que em $\rho_s/\rho_{s(\text{vac})} \approx 0$, porém ainda permanecem confinados ($\Phi = 0$). Somente quando alcançado $\mu = \mu_{\text{conf}}$ o laço de Polyakov emerge e os quarks seguem para a fase desconfinada ($\Phi \neq 0$). A região delimitada no intervalo $\mu_{\text{quiral}} < \mu < \mu_{\text{conf}}$, denomina-se fase quarkiônica (ABUKI *et al.*, 2008; BUISSERET; LACROIX, 2012; MCLERRAN *et al.*, 2009; MCLERRAN; PISARSKI, 2007; HIDAKA *et al.*, 2008), onde a matéria de quarks tem

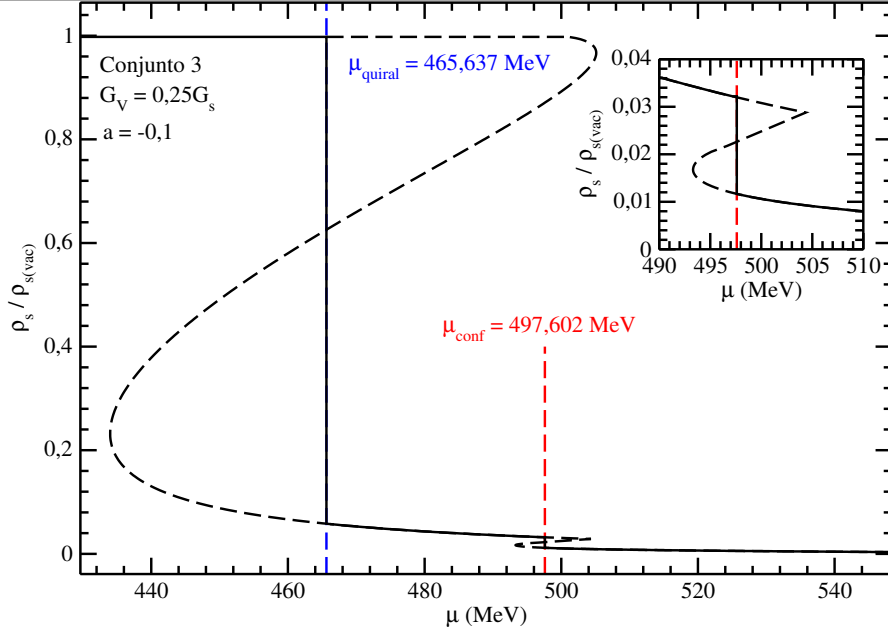


FIGURA 3.7 – $\rho_s/\rho_{s(vac)}$ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto 3 da Tabela 2.2.

sua simetria quiral parcialmente restaurada, porém permanece confinada. Na Figura 3.8 mostramos um diagrama esquemático simplificado sobre a fase quarkônica. Nota-se que a fase quarkônica apresenta características de matéria de quarks e de matéria bariônica (ou mesônica) simultaneamente.

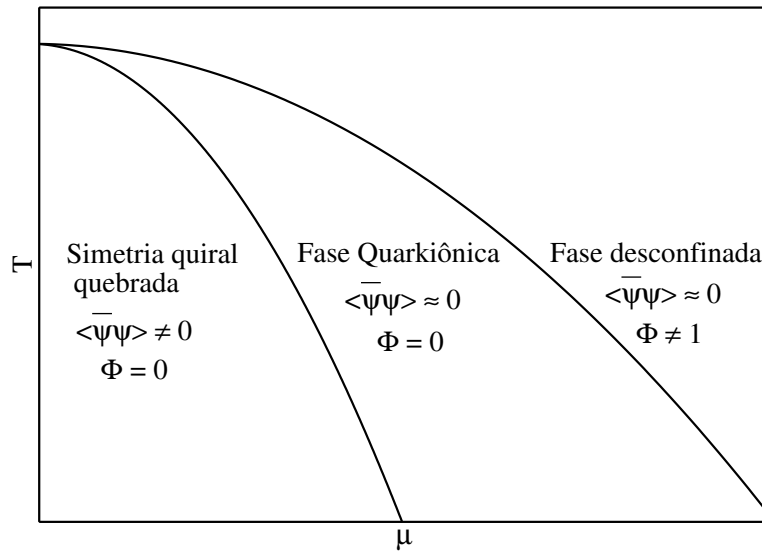


FIGURA 3.8 – Diagrama de fases esquemático previsto para o modelo PNJL0, com a fase quarkônica inclusa.

No modelo PNJL0 podemos analisar o surgimento da fase quarkônica, uma vez que a informação do desconfinamento está presente no modelo através do laço de Polyakov implementado na estrutura do modelo NJL em $T = 0$. Neste sentido, podemos também investigar os efeitos que a variação de a_3 e de G_V causam na fase quarkônica do modelo PNJL0.

3.4.1 Efeitos de a_3 e G_V

Investigaremos agora como a variação das constante a_3 e G_V afetam a fase quarkiônica do modelo PNJL0. Na Figura 3.9 fixamos a magnitude do canal vetorial em $G_V = 0,25G_s$ e variamos a constante a_3 que regula a intensidade do termo \mathcal{U}_0 na Equação (3.6). A varia-

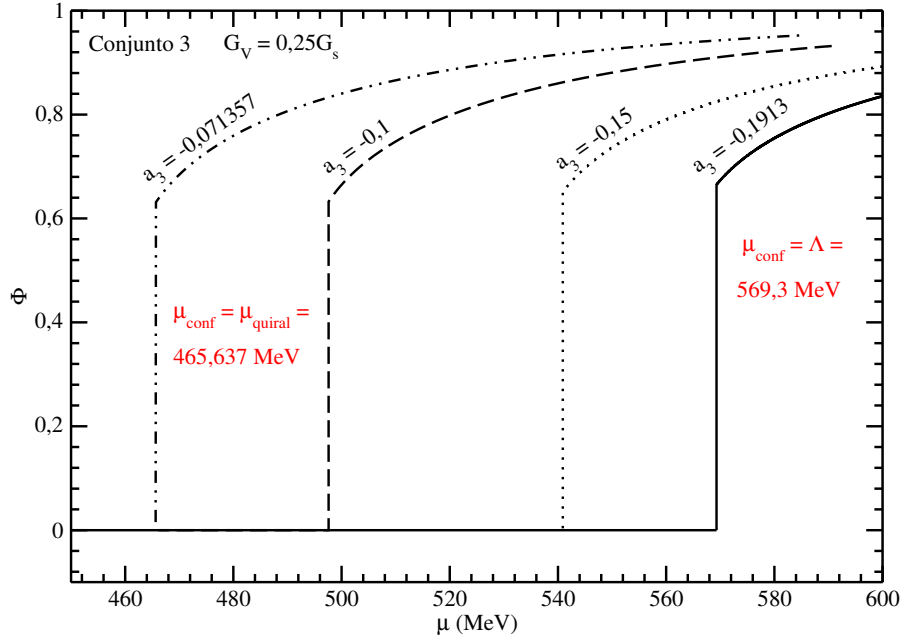


FIGURA 3.9 – Φ em função de μ para o conjunto 3 do modelo PNJL0 SU(2), com $G_V = 0,25G_s$ e diferentes valores de a_3 .

ção de a_3 foi escolhida de tal maneira que tivéssemos transição de fases nos seguintes potenciais químicos extremos: $\mu_{\text{conf}} = \mu_{\text{quiral}}$ e $\mu_{\text{conf}} = \Lambda$. Para o conjunto 3 de parametrizações, os potenciais químicos das transições encontradas na Figura 3.9 e $\Delta\mu = \mu_{\text{conf}} - \mu_{\text{quiral}}$ são dados na Tabela 3.1. Note que o efeito de aumentarmos o valor da constante a_3 é o de

TABELA 3.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo SU(2) PNJL0, juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto 3 e $G_V = 0,25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{\text{quiral}} = 465,637$ MeV.

a_3	μ_{conf} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
-0,071357	465,637	0
-0,1	497,602	31,965
-0,15	540,890	72,253
-0,1913	569,300	103,663

diminuir a fase quarkiônica do sistema até eliminá-la completamente ($\Delta\mu = 0$), nesse caso, quando $a_3 = -0,071357$. Para este valor em particular, as transições de fases da quebra/restauração da simetria quiral e do confinamento/desconfinamento para o grande potencial termodinâmico do modelo PNJL0 ocorrem no mesmo valor de potencial químico, $\mu_{\text{quiral}} = \mu_{\text{conf}} = 465,637$ MeV, como mostrado na Figura 3.10.

Por fim, investigamos o efeito do canal vetorial na fase quarkiônica variando os valores

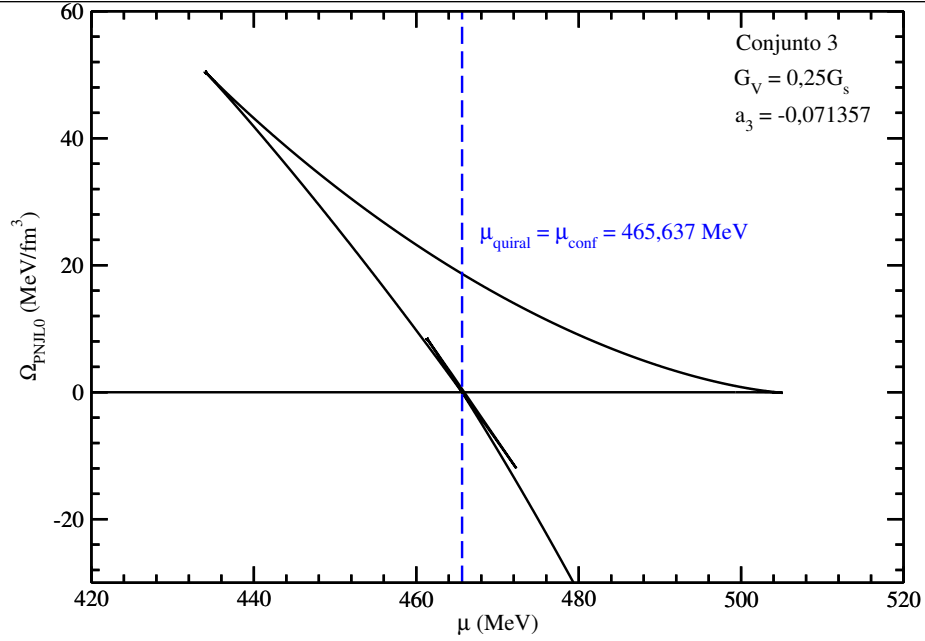


FIGURA 3.10 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,071357$, sendo $\mu_{\text{quiral}} = \mu_{\text{conf}} = 465,637$ MeV.

da constante G_V para um valor fixo de a_3 , neste caso escolhemos $a_3 = -0,1$. A Figura 3.11 e a Tabela 3.2 mostram os resultados desta análise.

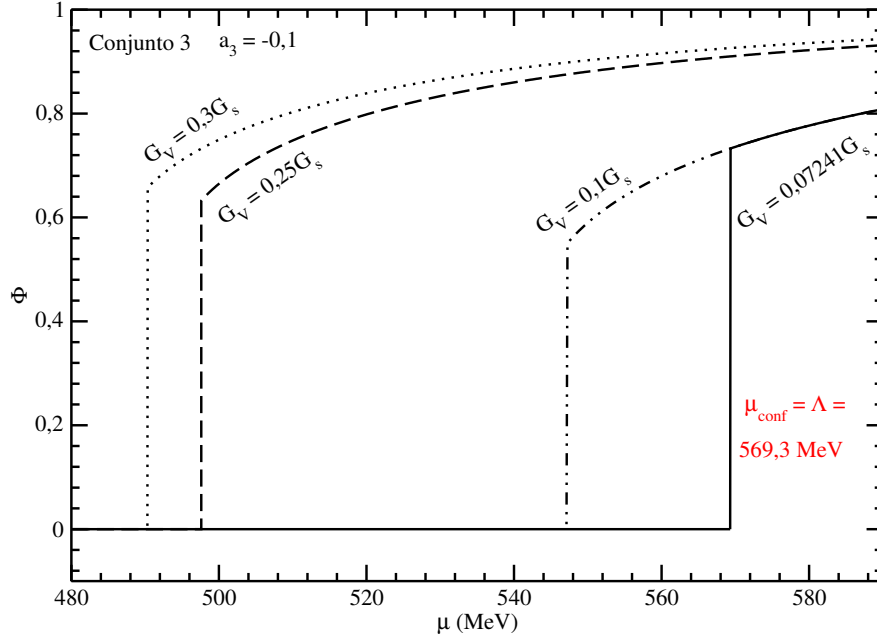


FIGURA 3.11 – Φ em função de μ para o conjunto 3 do modelo PNJL0, com $a_3 = -0,1$ e diferentes valores de G_V .

Percebe-se que, semelhante ao que ocorre com a_3 , o aumento dos valores da constante G_V move toda a curva de Φ para valores menores de μ . Entretanto, o aumento dos valores de G_V move o ponto de quebra/restauração da simetria quiral para valores mais altos de μ , este efeito também é observado no modelo NJL (BUBALLA, 2005). Assim,

TABELA 3.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(2), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto 3 e $a_3 = -0,1$.

G_V/G_s	μ_{conf} (MeV)	μ_{quiral} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
0,07241	569,300	443,477	125,823
0,1	574,108	447,119	126,989
0,25	497,602	465,637	31,965
0,3	490,300	471,408	18,892

temos a fase quarkiônica na verdade encolhendo, como notamos nos valores de $\Delta\mu$ na Tabela 3.2. Na referência (MATTOS *et al.*, 2021a), os autores sugerem que para $G_V > 1,18G_s$ a transição quiral pode ocorrer após o desconfinamento, ou seja, $\mu_{\text{quiral}} > \mu_{\text{conf}}$. Ressaltamos que não há na literatura um consenso de qual seria o valor exato desta constante⁵. Sabe-se que um dos efeitos causados pela variação deste parâmetro é, por exemplo, a alteração da posição do ponto crítico final do diagrama de fases da matéria fortemente interagente (FUKUSHIMA, 2008a; SAKAI *et al.*, 2008; BRATOVIC *et al.*, 2013).

⁵Isto também vale para o valor tido como “canônico”, $G_V = 0,5G_s$.

4 Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio SU(3) em temperatura nula

No capítulo anterior, incorporamos alguns efeitos esperados da QCD na versão de dois sabores do modelo PNJL, a saber, em baixas densidades, ou equivalentemente grandes distâncias entre as partículas, os quarks devem interagir fortemente, enquanto que em curtas distâncias a interação deve ser enfraquecida. O primeiro efeito está associado ao comportamento não perturbativo da região do infravermelho da QCD, e o segundo representa a física da região ultravioleta (perturbativa) da teoria, na qual os quarks interagem fracamente devido ao fenômeno da liberdade assintótica. Esta física foi introduzida no modelo através da inclusão do laço de Polyakov no regime de temperatura nula, tratado como um campo escalar representando os glúons de forma efetiva. Dessa maneira, foi possível trazer toda a complexidade da dinâmica da QCD incorporando a transição do regime de interações fortes (região do infravermelho) para o regime de interações quase nulas (região do ultravioleta) entre os quarks.

Como mostramos no Capítulo 3, o modelo PNJL0 SU(2) é construído através da implementação do laço de Polyakov nas equações de estado do modelo NJL SU(2) em temperatura nula e com a condição de que as constantes de acoplamento escalar e vetorial desapareçam na fase do desconfinamento ($\Phi = 1$). Tal abordagem possibilita o estudo da fase de confinamento/desconfinamento dos quarks, algo já mencionado não ser possível a partir de modelos PNJL usais. A fim de estender a fenomenologia do modelo, foi proposto na referência (MATTOS *et al.*, 2021b) a versão em três sabores do modelo PNJL0. Dedicaremos este capítulo para a descrição do modelo PNJL0 SU(3), demonstrando seu comportamento termodinâmico, as características de suas fases de quebra/restauração da simetria quiral e de confinamento/desconfinamento, bem como suas principais diferenças em relação a sua versão de dois sabores.

4.1 Equações de estado do modelo PNJL0 SU(3)

Construímos o modelo PNJL0 de três sabores a partir da transformação das constantes de acoplamento do modelo NJL SU(3) em $T = 0$, em funções dependentes de Φ . Além das modificações nas constantes de acoplamento escalar e vetorial realizadas na Seção 3.1, Equações (3.1) e (3.2), para o caso do modelo PNJL0 com três sabores precisamos também introduzir o traço do laço de Polyakov na constante da mistura de sabores K tornando-a dependente de Φ e impondo que no regime do desconfinamento ($\Phi = 1$) o acoplamento desapareça. Assim, definimos a nova constante da mistura de sabores como¹

$$K \rightarrow \mathcal{K}(K, \Phi) = K (1 - \Phi^2) , \quad (4.1)$$

juntamente com as constante escalar e vetorial²

$$G_s \rightarrow \mathcal{G}_s(G_s, \Phi) = G_s (1 - \Phi^2) , \quad (4.2)$$

$$G_V \rightarrow \mathcal{G}_V(G_V, \Phi) = G_V (1 - \Phi^2) . \quad (4.3)$$

Na proposta do modelo PNJL0, assumimos que quando os quarks estão livres, regime em que $\Phi = 1$, suas interações devem desaparecer. Para $\Phi = 0$, os quarks remanesçam confinados e as equações do modelo PNJL0 SU(3) se reduzem as do modelo NJL SU(3) em $T = 0$. Somente a partir do momento que Φ torna-se diferente de zero, o sistema passa a ser governado pelas equações do modelo PNJL0 SU(3). Assim implementamos estas mudanças nas EOS do modelo NJL SU(3) em $T = 0$, Equações (2.72) (2.73) e (2.74), e consequentemente precisamos determinar os valores de Φ através da condição

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \Phi} \right)_\mu = 0 , \text{ ou } \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Phi} \right)_\rho = 0 , \quad (4.4)$$

com os condensados quirais de cada sabor f dados por

$$M_f = m_f - 2G_s (1 - \Phi^2) \rho_{sf} - 2K (1 - \Phi^2) \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'} , \quad (4.5)$$

onde o condensado quiral escrito como

$$\rho_{sf} = -\frac{\gamma M_f}{2\pi^2} \int_{k_{Ff}}^{\Lambda} dk \frac{k^2}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} . \quad (4.6)$$

¹Aqui estamos usando o *approach* $\Phi = \Phi^*$.

²Estes são os mesmos acoplamentos definidos para o modelo PNJL0 SU(2), veja as Equações (3.1) e (3.2).

Repare que para o caso de três sabores, a expressão de M_f (4.5) contém agora dois termos que contribuem para o efeito do *back-reaction* do setor de glúons no setor de quarks. Aqui, assim como na Seção 2.2.4, estamos trabalhando no regime de matéria simétrica de quarks³, ou seja, $\mu_u = \mu_d = \mu_s = \mu$. Definimos os potenciais químicos para cada sabor f do modelo PNJL0 SU(3) como

$$\mu_f = \sqrt{k_{Ff}^2 + M_f^2} + 2G_V (1 - \Phi^2) \rho_f , \quad (4.7)$$

sendo

$$\rho_f = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_{Ff}^3 . \quad (4.8)$$

Repare que as Equações (4.6), (4.7) e (4.8) são exatamente as mesmas encontradas para o modelo PNJL0 SU(2). Introduzindo o potencial de Polyakov juntamente com os acoplamentos \mathcal{G}_s , \mathcal{G}_V e \mathcal{K} nas Equações (2.72) e (2.74), determinamos as EOS do modelo PNJL0 SU(3) como sendo dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{PNJL0}} &= G_s \sum_f \rho_{sf}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf} + G_V \sum_f \rho_f^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_{k_{Ff}}^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} \\ &+ \mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho_{sf}, \rho_f, \Phi) - 2G_V \Phi^2 \sum_f \rho_f^2 - \mathcal{E}_{(\text{vac})} , \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{PNJL0}} &= G_s \sum_f \rho_{sf}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf} - G_V \sum_f \rho_f^2 - \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_f \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_f^2)^{1/2} \\ &- \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{Ff}} dk \frac{k^4}{(k^2 + M_f^2)^{1/2}} + \mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho_{sf}, \rho_f, \Phi) - \mathcal{E}_{(\text{vac})} , \end{aligned} \quad (4.10)$$

com $\gamma = N_c \times N_s = 6$. Sendo $\mathcal{E}_{(\text{vac})}$ dado por

$$\mathcal{E}_{(\text{vac})} = G_s \sum_f \rho_{sf(\text{vac})}^2 + 4K \prod_f \rho_{sf(\text{vac})} - \gamma \sum_f \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk k^2 (k^2 + M_{f(\text{vac})}^2)^{1/2} , \quad (4.11)$$

com as quantidades $M_{f(\text{vac})}$ e $\rho_{sf(\text{vac})}$, respectivamente, dadas como

$$M_{f(\text{vac})} = m_f - 2G_s \rho_{sf(\text{vac})} - 2K \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'(\text{vac})} \quad (4.12)$$

e

$$\rho_{sf(\text{vac})} = -\frac{\gamma M_{f(\text{vac})}}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda} dk \frac{k^2}{(k^2 + M_{f(\text{vac})}^2)^{1/2}} . \quad (4.13)$$

³Veja o Apêndice F.

O potencial de Polyakov do modelo PNJL0 é definido como

$$\mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho_f, \rho_{sf}, \Phi) = G_V \Phi^2 \sum_f \rho_f^2 - G_s \Phi^2 \sum_f \rho_{sf}^2 - 4K \Phi^2 \prod_f \rho_{sf} + \mathcal{U}_0(\Phi). \quad (4.14)$$

Repare que para a versão de três sabores do modelo PNJL0, as modificações das constantes de acoplamento, Equações (4.1), (4.2) e (4.3), induz a definição de um novo potencial de Polyakov para o modelo⁴, no qual acontece o *back-reaction* do setor de quarks no setor de glúons, assim como a efeito inverso. Ressaltamos que, nos modelos PNJL0 o efeito do *back-reaction* é completo, ou seja, ambos os setores influenciam uns nos outros (MATTOS *et al.*, 2019; MATTOS *et al.*, 2021a; MATTOS *et al.*, 2021b). Note que, esta definição de $\mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho_f, \rho_{sf}, \Phi)$ deixa a Equação (4.10) com um formato sugestivo, no sentido que esta podem ser interpretada como um limite $T \rightarrow 0$ da Equação (2.94). Ainda, o termo \mathcal{U}_0 permanece definido pela mesma expressão definida no Seção 3.1, dada pela Equação (3.6), tendo a função de limitar o laço de Polyakov entre $0 \leq \Phi \leq 1$, bem como assegurar que encontremos soluções para $\Phi \neq 0$, quando resolvemos a Equação (4.4)(DEXHEIMER; SCHRAMM, 2009; DEXHEIMER; SCHRAMM, 2010).

4.2 Soluções de $\Phi \neq 0$ para o modelo PNJL0 SU(3)

Vimos na Seção 3.2 que o modelo PNJL0 SU(2) necessariamente precisa ter o canal vetorial $G_V \neq 0$ ativo para exibir soluções diferentes de zero para o laço de Polyakov, quando resolvemos a condição (4.4). Desse modo, para o caso do modelo PNJL0 de três sabores, naturalmente devemos nos questionar se a presença do quark s no sistema é suficiente para o modelo apresentar mínimos para Ω_{PNJL0} localizados em $\Phi \neq 0$, quando $G_V = 0$. Na Figura 4.1, mostramos o comportamento do grande potencial termodinâmico em função de Φ , com a Equação (4.5) resolvida e sem levar em consideração a condição $\partial\Omega_{\text{PNJL0}}/\partial\Phi = 0$. Variamos aqui os valores de a_3 e μ , usando os parâmetros do conjunto RKH da Tabela 2.3. Tomando como exemplo a Figura 4.1b, onde $\mu = 387,6$ MeV, a variação dos valores de a_3 não produz nenhuma alteração na localização do mínimo global para Ω_{PNJL0} , que se mantém em $\Phi = 0$. Como vemos na Figura 4.1d, mesmo se escolhermos $\mu = \Lambda = 602,3$ MeV, não há indicação que serão produzidos mínimos globais para o grande potencial termodinâmico na região de $\Phi \neq 0$. Novamente, o único efeito observado aqui é: conforme aumentamos os valores de μ os valores de $\Omega_{\text{PNJL0}}(\Phi = 0)$ diminuem. Desse modo, a inclusão do quark estranho no sistema do modelo PNJL0 não é suficiente para que o grande potencial termodinâmico apresente mínimos que não sejam localizados em $\Phi = 0$, conseqüentemente não exibindo a dinâmica do confinamento/desconfinamento para

⁴Veja a Equação (3.9) para notar as diferenças entre o potenciais de Polyakov da versão SU(2) e SU(3) do modelo PNJL0.

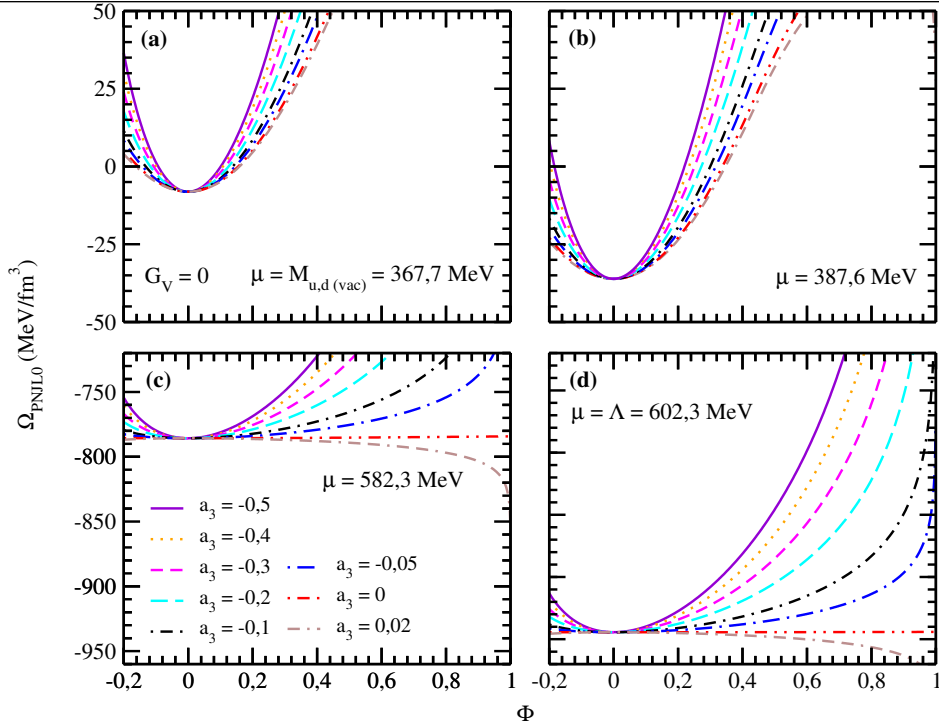


FIGURA 4.1 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{u,d(\text{vac})} = 367,7$ MeV, em (b) por $\mu = 387,6$ MeV, em (c) por $\mu = 582,3$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 602,3$ MeV.

a parametrização RKH da Tabela 2.3. Na Figura 4.2, realizamos esta mesma análise, para os mesmo valores de a_3 e μ , porém agora com a interação vetorial dada por $G_V = 0,25G_s$. Note que na Figura 4.2c, onde $\mu = 582,3$ MeV, podemos observar o início da formação de outros mínimos para $\Omega_{\text{PNJL0}}(\Phi = 0)$ nas proximidades de $\Phi \approx 1$, além do mínimo já existente em $\Phi = 0$, deixando claro que a dinâmica do confinamento/desconfinamento está presente no modelo. Por exemplo, na Figura 4.2c, para $a_3 = -0,1$ (curva preta) observamos dois mínimos para Ω_{PNJL0} , um mínimo local em $\Phi = 0$ e outro um mínimo global em aproximadamente $\Phi = 0,92$. Isto nos leva a concluir que, para $a_3 = -0,1$ existe um valor de μ que fornece dois mínimos globais em valores de Φ distintos, em um mesmo valor de Ω_{PNJL0} , indicando uma transição de fases no modelo. Sabemos que, esta se trata da transição de fases do confinamento/desconfinamento, onde o parâmetro de ordem é Φ . Concluímos que, assim como sua versão de dois sabores, o modelo PNJL0 SU(3) precisa necessariamente do canal vetorial ativo para exibir a fenomenologia do confinamento/desconfinamento em $T = 0$. Este já era um resultado esperado, uma vez que G_V desempenha um papel significativamente importante no diagrama de fases da matéria fortemente interagente, já que um dos efeitos da variação deste parâmetro é modificar a localização do ponto crítico final (CEP) (SAKAI *et al.*, 2008).

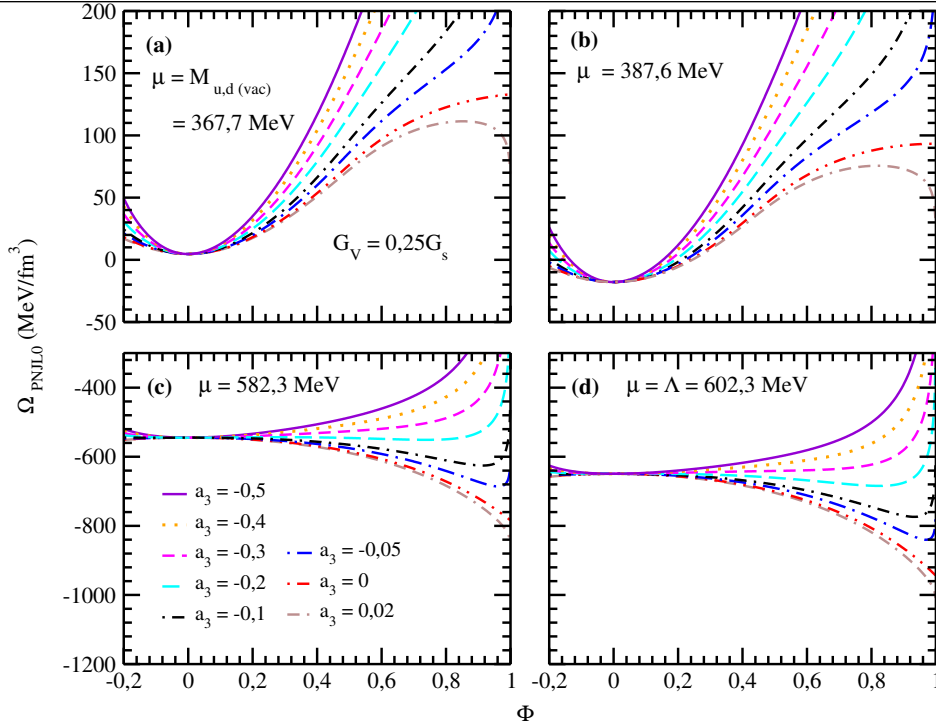


FIGURA 4.2 – Ω_{PNJL0} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$ e diversos valores de a_3 . O potencial químico é dado em (a) por $\mu = M_{u,d(\text{vac})} = 367,7$ MeV, em (b) por $\mu = 387,6$ MeV, em (c) por $\mu = 582,3$ MeV e em (d) por $\mu = \Lambda = 602,3$ MeV.

4.3 Transição do confinamento/desconfinamento para o modelo PNJL0 SU(3)

A análise da curva de Ω_{PNJL0} em função de Φ é útil para determinar o μ_{conf} onde ocorre a transição de fases do confinamento/desconfinamento. A partir deste ponto, em todos os cálculos para o modelo PNJL0 SU(3) usaremos o conjunto RKH da Tabela 2.3, juntamente com $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$. Para determinar μ_{conf} , fixamos valores distintos de μ e variamos Φ na Equação (4.10). Assim, ao fixarmos um valor para o potencial químico, esperamos encontrar na curva $\Omega_{\text{PNJL0}} \times \Phi$ dois mínimos globais, localizados em Φ_1 e Φ_2 , para um mesmo valor do grande potencial termodinâmico. Mostramos o resultado desta análise na Figura 4.3. Note que, para $\mu = 531$ MeV (curva azul pontilhada) existem dois mínimos, sendo um local e outro global, localizado no ponto p_c , indicando que o sistema encontra-se exclusivamente em uma das fases termodinâmicas possíveis, $\Phi \approx 0$. Neste caso, o sistema está na fase confinada. Já para $\mu = 536$ MeV (curva magenta pontilhada), o mínimo global para $\Omega_{\text{PNJL0}} \times \Phi$ se encontra em $p_d \approx 0,82$ e o sistema está na fase desconfinada, com $\Phi \approx 0,82$. Porém, para $\mu = \mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV (curva vermelha), podemos observar dois mínimos globais simultâneos, associados aos pontos p_a e p_b , que se encontram a uma mesma “altura” em relação a $\Omega_{\text{PNJL0}} \times \Phi$. Isto significa que ocorre em $\mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV a transição de fases do confinamento/desconfinamento, sendo o parâmetro de ordem o laço de Polyakov. Na Figura 4.4, fica claro a relação entre os pontos

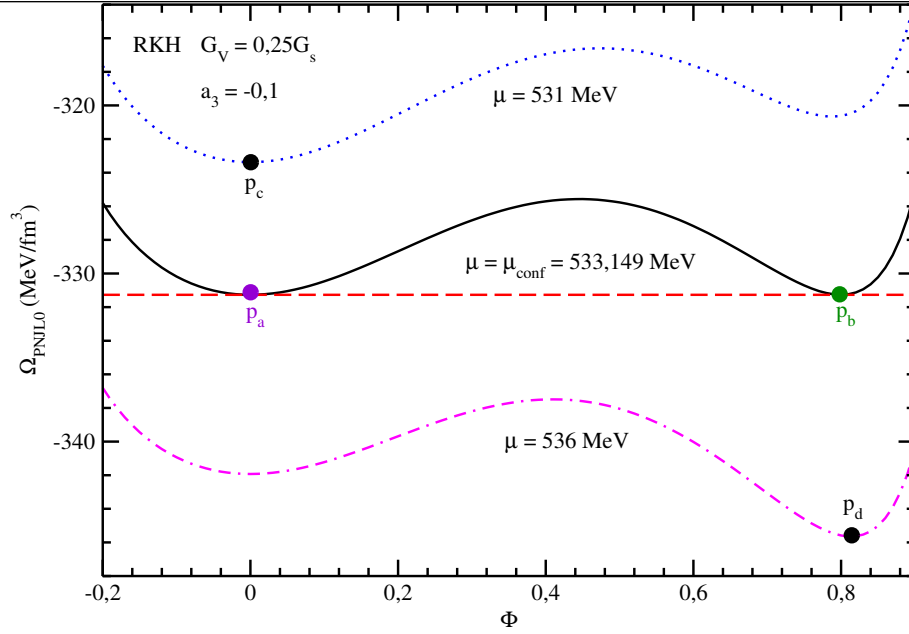


FIGURA 4.3 – Ω_{PNJLO} em função de Φ para $G_V = 0,25G_s$, $a_3 = -0,1$ e alguns valores de μ fixos para o conjunto RKH da Tabela 2.3.

p_a e p_b e os mínimos globais para Ω_{PNJLO} associados ao $\mu_{\text{conf}} = 533,149 \text{ MeV}$. Repare que os pontos p_a e p_b delimitam a fase termodinâmica que o sistema se encontra, onde este apresenta-se confinado no ponto p_a ($\Phi = 0$) e desconfinado no ponto p_b ($\Phi \neq 0$).

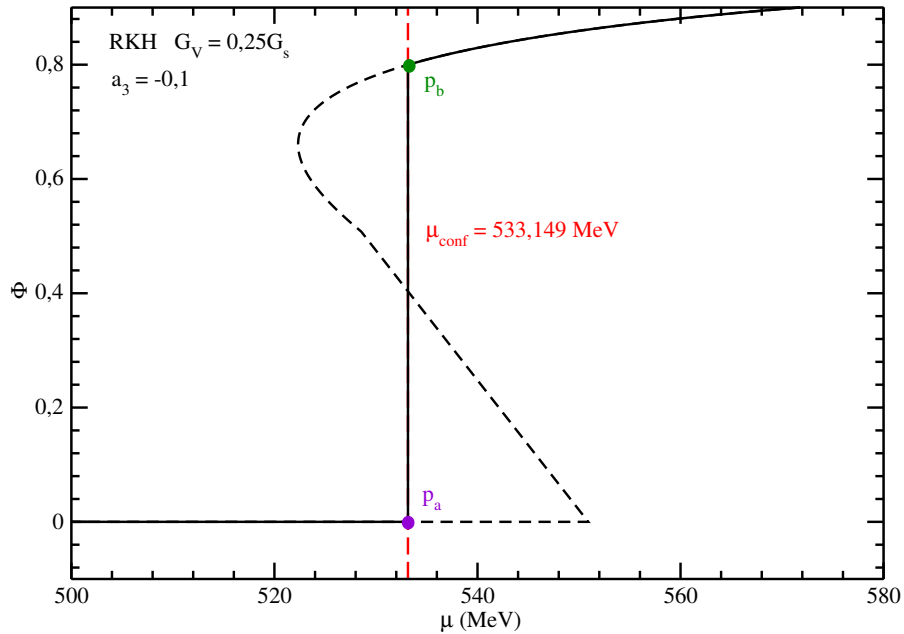


FIGURA 4.4 – Φ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$, $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3.

Outra forma de determinarmos μ_{conf} , é avaliar Ω_{PNJLO} , dado pela Equação (4.10), resolvendo simultaneamente a Equação (4.5) para a massa constituinte e a condição (4.4). Na Figura 4.5, onde vemos o cruzamento do grande potencial termodinâmico, a curva termodinâmica consistente é dada pelo segmento DEF . No *inset* da Figura 4.5, vemos que

a transição da quebra/restauração da simetria quiral acontece em $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV, exatamente o mesmo valor encontrado para o modelo NJL SU(3), veja a Figura 2.15.

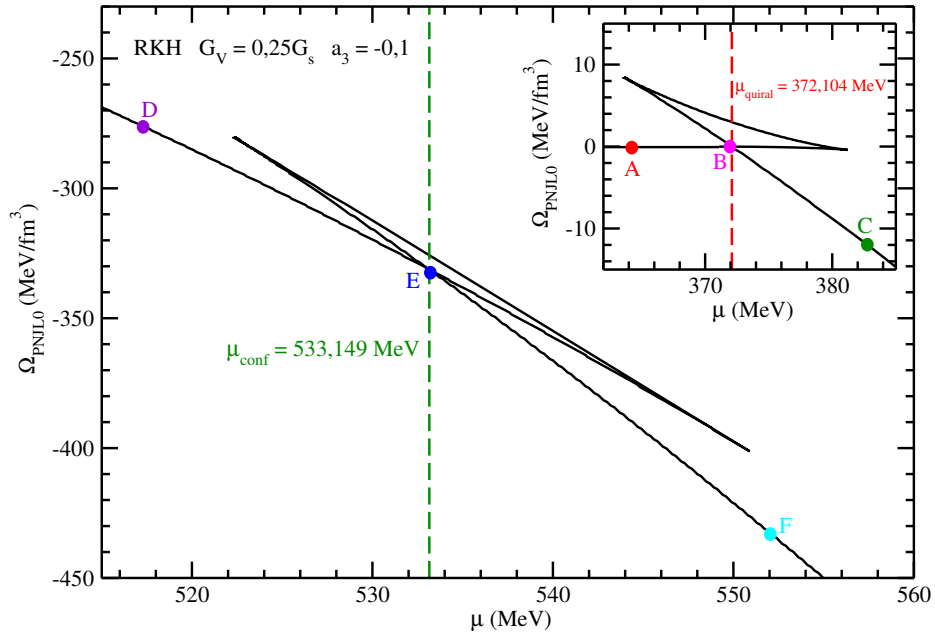


FIGURA 4.5 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3. A transição de fases do confinamento/desconfinamento é dada em $\mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV. No *inset* do gráfico mostramos a curva da transição quiral no modelo PNJL0 SU(3), que ocorre em $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV. A curva estável é dada pelo segmento DEF.

Vemos na Figura 4.6 a curva completa do grande potencial termodinâmico em função de potencial químico, onde a curva estável é dada pelo segmento *ABCDEF*. Como já foi dito, $\mu_{\text{quiral}}^{\text{PNJL0}} = \mu_{\text{quiral}}^{\text{NJL}}$. Isto ocorre devido à construção das equações de estado do modelo PNJL0. Quando $\mu < \mu_{\text{conf}}$, os quarks encontram-se confinados e $\Phi = 0$, conseqüentemente as EOS do modelo PNJL0 SU(3) se reduzem as do modelo NJL SU(3) em $T = 0$. Somente a partir de μ_{conf} o laço de Polyakov passa a ser diferente de zero e o sistema passa a ser comandado pela dinâmica do modelo PNJL0 SU(3).

Na Figura 4.7, fica evidente como o aparecimento de $\Phi \neq 0$ modifica a dinâmica do modelo PNJL0 se comparado ao modelo NJL. Observe que, na transição de quebra/restauração da simetria quiral, $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV, os quarks *u* e *d* (curva sólida azul) sofrem mais fortemente os efeitos dessa transição se comparado ao quark *s* (curva sólida preta). Repare que em um primeiro momento, o valor para $\rho_{su,d}$ (em unidade de $\rho_{su,d(\text{vac})}$) sofre um decréscimo de $\rho_{su,d} = 1$ para aproximadamente $\rho_{su,d} = 0,2$ e segue diminuindo seu valor até alcançar $\rho_{su,d} \approx 0$ em $\mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV, onde sofre a transição de fases associada ao confinamento/desconfinamento. Já ρ_{ss} sofre uma redução ínfima após a transição de quebra/restauração da simetria quiral se comparado ao condensado quiral dos quarks *u* e *d*. Entretanto os efeitos da transição confinamento/desconfinamento afetam fortemente o condensado quiral do quark estranho, forçando a restauração da simetria quiral na fase desconfina dos quarks. Note a diferença deste resultado para o

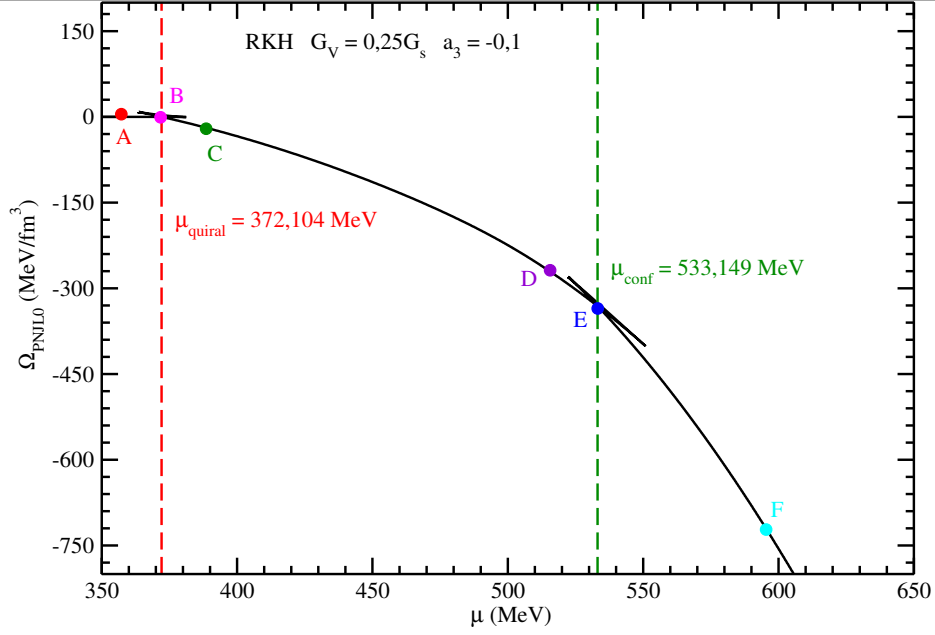


FIGURA 4.6 – Ω_{PNJL0} em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3. Sendo $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV e $\mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV. A curva estável é dada pelo segmento $ABCDEF$.

quark s em relação ao modelo NJL SU(3) (curva pontilhada preta). Sem a dinâmica provida por Φ , o condensado quiral do quark estranho do modelo NJL SU(3) após a transição da quiral se mantém estável até que em $\mu \approx 460$ MeV diminui progressivamente (e lentamente) até alcançar a restauração total da simetria quiral. Também fica

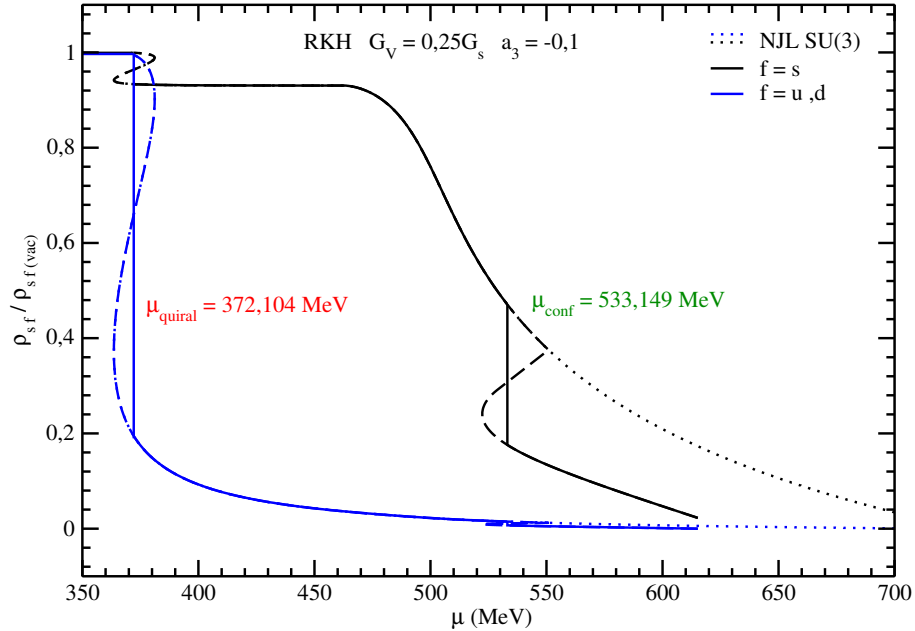


FIGURA 4.7 – $\rho_{sf}/\rho_{sf(\text{vac})}$ em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$.

claro o favorecimento da restauração da simetria quiral após a transição de fases do con-

finamento/desconfinamento para o quark estranho, quando olhamos o comportamento de sua massa constituinte, veja Figura 4.8. Note que, os quarks leves sofrem uma grande

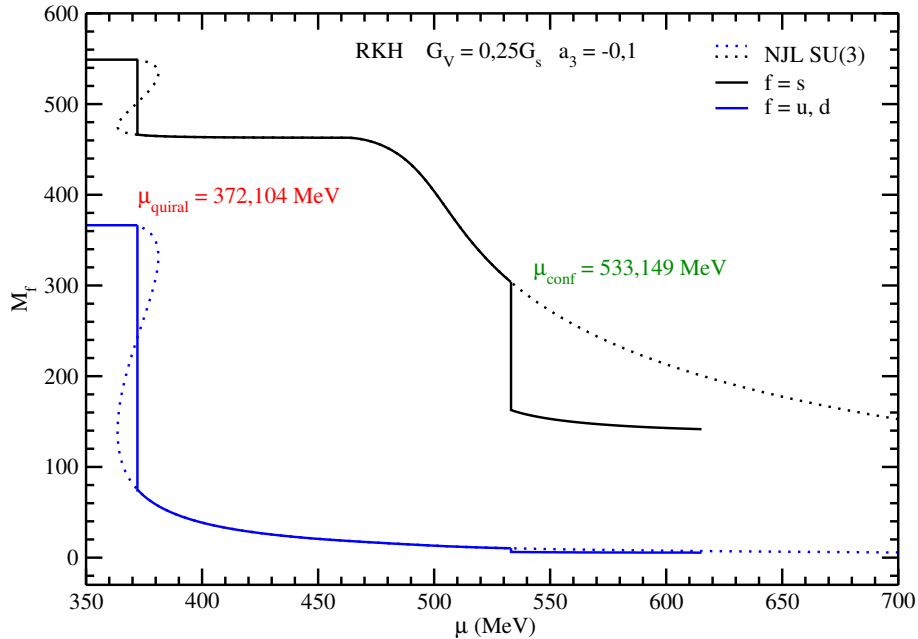


FIGURA 4.8 – M_f em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). Onde a curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$.

redução em sua massa logo após a transição de fases quiral, levando a uma redução de 80% no valor de $M_{u,d}$ (curva sólida azul). Já próximo de $\mu_{\text{conf}} = 533,149$ MeV, as massas dos quarks u e d são aproximadamente iguais a sua massa corrente ($m_{u,d} = 5,5$ MeV) e a transição do confinamento/desconfinamento já não tem muito impacto. Já para o quark estranho, vemos que a transição quiral não diminui tanto sua massa. Entretanto a transição confinamento/desconfinamento tem forte impacto no valor de M_s (curva sólida preta), reduzindo seu valor em aproximadamente 46% na transição de fases do confinamento/desconfinamento, deixado o valor da massa do quark s bem próximo do valor de sua massa corrente $m_s = 140,7$ MeV. Este efeito acontece justamente pelo surgimento de Φ exatamente em μ_{conf} . Conseqüentemente as constantes de acoplamento $\mathcal{G}_s(G_s, \Phi)$, $\mathcal{G}_V(G_V, \Phi)$ e $\mathcal{K}(K, \Phi)$ começam a desaparecer quando $\Phi \neq 0$, induzindo a redução das massas constituintes dos quarks. Note que esta redução abrupta na massa do quark estranho não ocorre no modelo NJL (curva pontilhada), de modo que M_s diminuiu lentamente até estabilizar próximo ao valor da massa corrente do quark s .

Na Figura 4.9, construímos a curva para M_f com $G_V = 0,5G_s$ e $a_3 = -0,1$ a fim de analisar as mudanças na redução das massas com este valor do acoplamento vetorial. Note que, para este caso a transição do confinamento/desconfinamento gera uma redução em M_s maior que a observada na Figura 4.8, alcançado neste caso uma diminuição na massa do quark s de aproximadamente 60%.

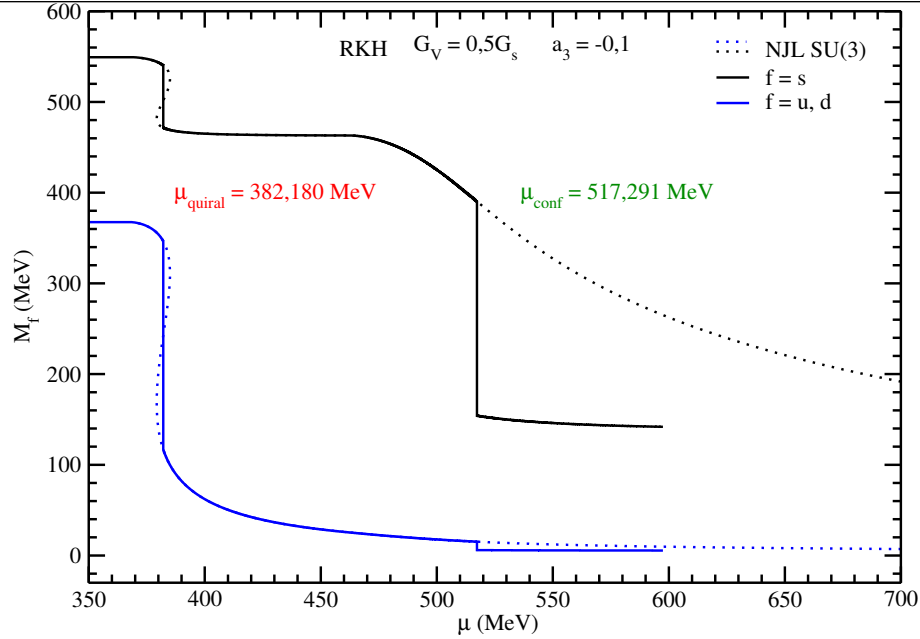


FIGURA 4.9 – M_f em função de μ para $G_V = 0,5G_s$ e $a_3 = -0,1$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3). A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$.

4.4 Fase quarkiônica e os efeitos de G_V e a_3

Como já sabemos a fase quarkiônica é definida como um estado da matéria de quarks no intervalo $\mu_{\text{quiral}} < \mu < \mu_{\text{conf}}$ (FUKUSHIMA, 2008b), onde os quarks tem sua simetria quiral praticamente restaurada, porém podem continuar confinados ($\Phi = 0$). Na Figura 4.10, para $a_3 = -0,266865$ encontramos, respectivamente, as transições quiral e do confinamento/desconfinamento se dão em $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV e $\mu_{\text{conf}} = \Lambda = 602,3$ MeV, onde a região entre estes dois potenciais químicos é tomada como a fase quarkiônica da matéria de quarks. Neste caso podemos identificar o tamanho da fase quarkiônica como $\Delta\mu = \mu_{\text{conf}} - \mu_{\text{quiral}} = 230,195$ MeV. Repare que, para o caso da Figura 4.10 após a transição de fases do confinamento/desconfinamento a redução na massa do quarks s é bem menor que o observado nas Figuras 4.8 e 4.9.

Investigaremos como as constantes G_V e a_3 afetam a fase quarkiônica no modelo PNJL0 SU(3) a partir da análise do gráfico $\Phi \times \mu$. Na Figura 4.11, fixamos $G_V = 0,25G_s$ e variamos a_3 , para o conjunto RKH da Tabela 2.3. Os potenciais químicos e $\Delta\mu$ para estes parâmetros estão listados na Tabela 4.1.

Repare que, conforme aumentamos os valores da constante a_3 , a fase quarkiônica diminui, ou seja, diminuimos $\Delta\mu$. Encontramos para $a_3 = -0,266865$ a transição do confinamento/desconfinamento ocorrendo em $\mu_{\text{conf}} = \Lambda = 602,3$ MeV, veja a curva sólida preta na Figura 4.11.

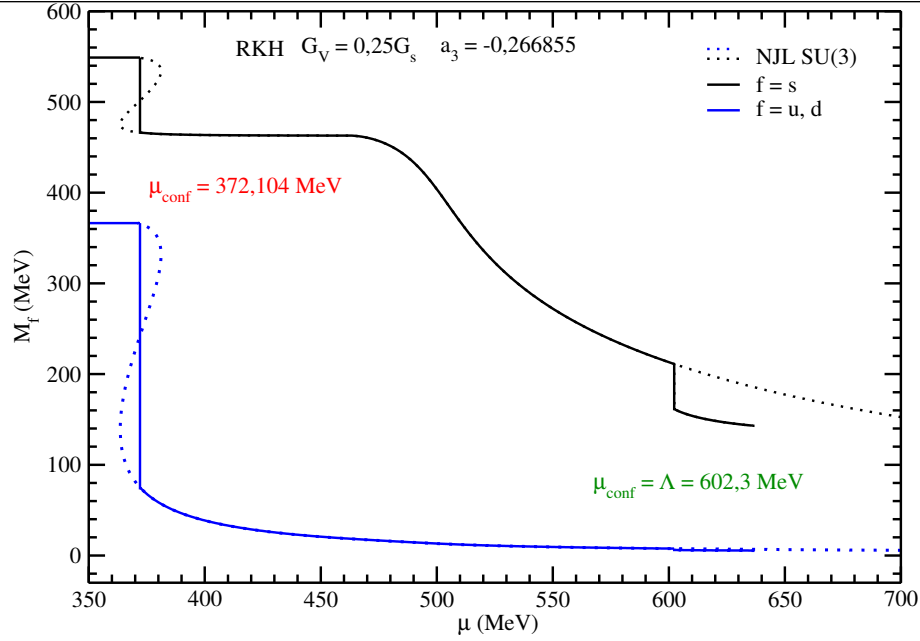


FIGURA 4.10 – M_f em função de μ para $G_V = 0,25G_s$ e $a_3 = -0,266855$ para o conjunto RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJL0 SU(3), sendo que $\mu_{\text{conf}} = \Lambda = 602,3$ MeV. A curva sólida azul está associada aos quarks u e d e a curva sólida preta associada ao quark s . As curvas pontilhadas são os resultados para o modelo NJL SU(3) em $T = 0$.

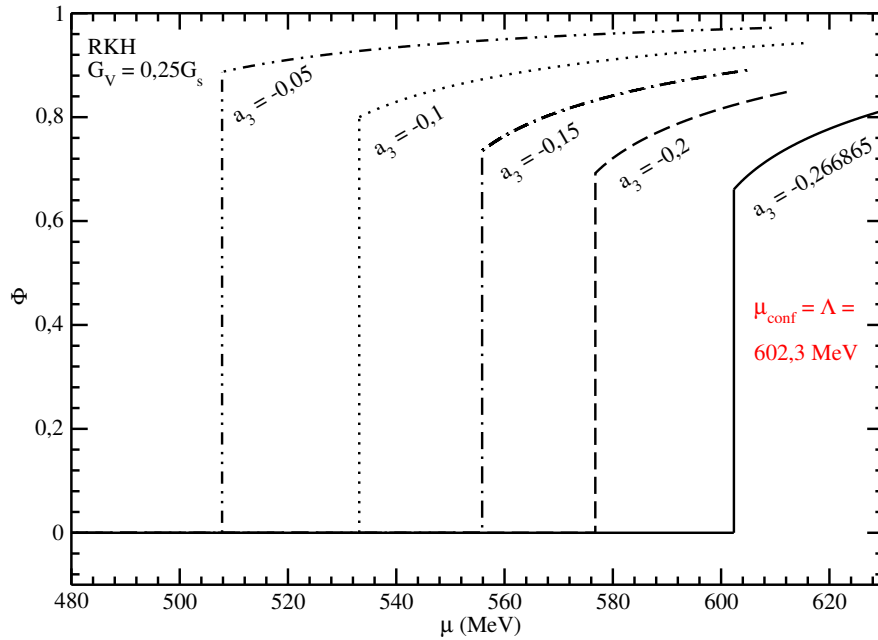


FIGURA 4.11 – Φ em função de μ para o conjunto RKH do modelo PNJL0 SU(3), com $G_V = 0,25G_s$ e diferentes valores de a_3 .

Por fim, investigamos o efeito do canal vetorial na fase quarkiônica variando os valores de G_V para um valor fixo de $a_3 = -0,1$ utilizando o conjunto RKH da Tabela 2.3. Na Figura 4.12 e na Tabela 4.2 mostramos os resultados para μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$.

Repare que conforme aumentamos os valores de G_V , a fase quarkiônica se reduz. Isto é devido à capacidade de G_V mover os pontos de quebra/restauração da simetria quiral

TABELA 4.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $G_V = 0,25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{\text{quiral}} = 372,104$ MeV.

a_3	μ_{conf} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
-0,266865	602,3	230,195
-0,2	576,735	204,630
-0,15	555,865	183,760
-0,1	533,149	161,044
-0,05	507,753	135,648

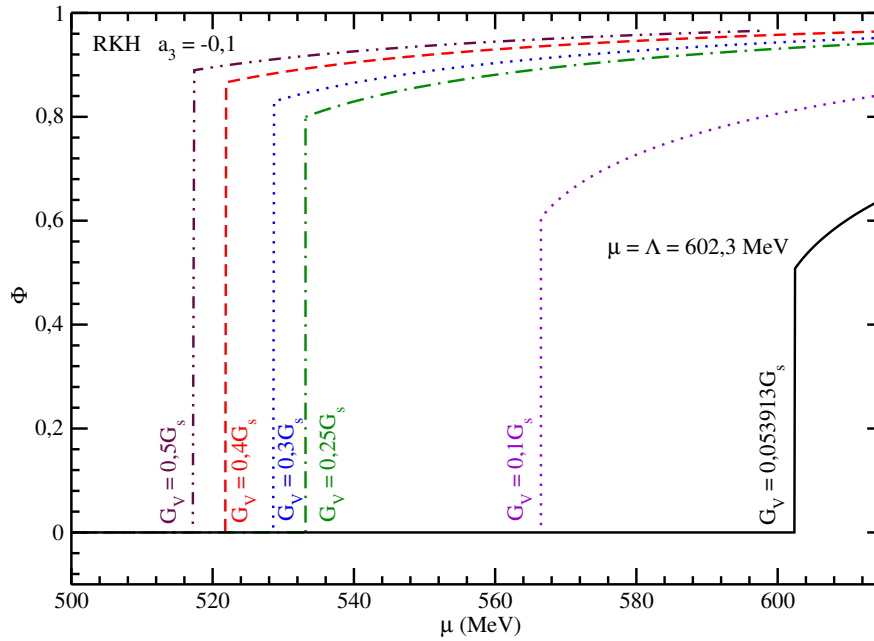

 FIGURA 4.12 – Φ em função de μ para o conjunto RKH do modelo PNJL0 SU(3), com $a_3 = 0,1$ e diferentes valores de G_V .

 TABELA 4.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores obtidos para μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $a_3 = -0,1$.

G_V/G_s	μ_{conf} (MeV)	μ_{quiral} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
0,5	517,291	382,1805	135,1105
0,4	521,820	378,2213	143,5987
0,3	528,405	374,1746	154,2304
0,25	533,149	372,1043	161,0447
0,1	566,428	365,643	200,785
0,053913	602,3	363,567	238,733

para μ mais altos e os pontos do confinamento/desconfinamento para μ mais baixos, encolhendo a fase quarkiônica neste processo. Este resultado é similar ao encontrado na Seção 3.4 para o modelo PNJL0 SU(2). Isto nos leva a crer que algumas características intrínsecas do modelo PNJL0 não são alteradas pela simples introdução do quark s no sistema.

5 Aplicações do modelo PNJL0

Desde a Grécia antiga a ciência sempre tomou as estrelas como objetos de grande apreço, contemplação e interesse. Diversas teorias foram criadas para se explicar o que ocorria há milhares de quilômetros do pequenino planeta denominado Terra, muitas dessas assertivas e precisas para sua época. Nos tempos modernos, após diversas missões astronômicas, astrofísicas e espaciais vinculadas a criação, lançamento e operação de potentes telescópios, bem como na captação e interpretação das radiações emitidas pelas estrelas, conseguimos categorizar e analisar vários tipos de estrelas. Algumas das categorias delas são as gigantes vermelhas, anãs brancas, anãs vermelhas, gigantes azuis e etc. Algumas dessas estrelas são altamente massivas e compactas, ou seja, têm massas muito altas para um raio relativamente pequeno. Tais objetos são denominadas de estrelas compactas, com medidas de massa da ordem de 1,5 massas solares (M_{\odot})¹ e raios (R) da ordem de 12 km (LATTIMER; PRAKASH, 2004). A primeira estrela deste tipo conhecida como PSR B1919+21 foi detectada em 1967 por Jocelyn B. Burnell.

Sabe-se que as estrelas essencialmente são formadas por hádrons (em sua maioria nêutrons), entretanto evidências apontam para a existência de núcleos de quarks no interior de estrelas compactas (ANNALA *et al.*, 2020). Desse modo, as estrelas compactas na realidade seriam formadas por um núcleo massivo de quarks desconfiados e uma crosta de hádrons, assim observaríamos uma transição de fases do tipo hádron-quark no limite da crosta com o núcleo. Uma das maiores utilidades do estudo de modelos fenomenológicos da QCD é sua aplicação na modelagem de estrelas compactas descritas no regime de temperatura nula, onde poderemos descrever de maneira razoável os processos que a matéria fortemente interagente passa para formar uma estrela. Neste capítulo abordaremos os elementos necessários para a construção de estrelas híbridas compactas, sendo que para a matéria hadrônica utilizaremos o modelo relativístico de campo médio DDH δ . Já para a matéria de quarks utilizaremos o modelo PNJL0 SU(3) descrito no Capítulo 4. Traçaremos os perfis de massa-raio para diversas parametrizações e compararemos com recentes dados observacionais. Ressaltamos que todos os resultados deste capítulo se encontram na referência (MATOS *et al.*, 2021b).

¹A unidade M_{\odot} é calculada em relação a massa do sol presente em nosso sistema solar.

5.1 Strange quark matter (SQM)

Antes de tudo, devemos levantar a questão do porquê escolhemos modelar uma estrela compacta ao invés de uma estrela de quarks, comumente chamadas de estrelas de quarks estranhos (do inglês, *strange quark stars*). Estrelas de quarks são objetos estelares puramente teóricos até o momento, mas existe uma grande chance de existirem na galáxia. Sua existência e estabilidade estão diretamente ligadas a estabilidade da matéria de quarks estranhos (SQM, do inglês, *Strange Quark Matter*). A matéria nuclear basicamente é composta por quarks *up* e *down* confinados no volume dos nucleons. Porém, em 1984 o físico Edward Witten propôs a possibilidade de um tipo de matéria mais fortemente ligada do que a matéria nuclear usual. Esta matéria foi denominada matéria de quarks estranhos, onde essa é composta por quarks *u*, *d* e *s* desconfinados (WITTEN, 1984). A motivação original de Witten era criar uma possível solução para o problema da matéria escura em termos da QCD. A possibilidade era de que a maioria da SQM teria sido criada no universo primitivo e logo após transformada em matéria hadrônica normal. Atualmente acredita-se que se pode encontrar a SQM estável em estrelas de quarks chamadas de estrelas estranhas (do inglês, *strange stars*) (ALCOCK *et al.*, 1986). Por sua vez tais estrelas seriam totalmente constituídas pela SQM, sendo arbitrariamente pequenas em comparação as estrelas de nêutrons convencionais, com raios da ordem de 10 km e massa da ordem de $1M_{\odot}$.

A SQM seria uma matéria estável à interações fortes, mas não necessariamente a decaimentos via força fraca (do inglês, *weak decays*). Outro requisito para a estabilidade da SQM é a neutralidade elétrica da matéria. A estabilidade da SQM estaria essencialmente atrelada a termos uma grande fração de quarks *s*, ou seja, $Y_s \approx Y_u \approx Y_d$, onde Y_f é a fração de quarks para cada sabor f , dada por

$$Y_f = \frac{\rho_f}{\rho_u + \rho_d + \rho_s} \quad (5.1)$$

Entretanto, esse estado não poderia ser alcançado através de subsequentes decaimentos fracos, mas somente através de simultâneos decaimentos de muitos quarks, associados a um tempo de vida muito longo. Podemos exemplificar este processo levando em consideração um sistema contendo matéria de quarks não estranhos (NSQM, do inglês, *Non-Strange Quark Matter*)², o número de quarks *down* deve ser quase duas vezes maior que o número de quarks *up*, uma vez que $\mu_d = 2^{1/2}\mu_u$. Assim, se esse valor for maior que M_s ($\mu_d > M_s$) o sistema pode diminuir sua energia transformando parte dos quarks *d* em quarks *s* até

²Matéria constituída somente por quarks *u* e *d* confinados.

que ambos tenham a mesma energia de Fermi. Assim, se tivéssemos

$$\left(\frac{E}{A}\right)_{\text{SQM}} < \left(\frac{E}{A}\right)_{\text{nuclei}} < \left(\frac{E}{A}\right)_{\text{NSQM}}, \quad (5.2)$$

poderemos ter a SQM de maneira estável. Sendo E/A a energia por bárion, que pode ser dada por

$$\frac{E}{A} = \frac{\epsilon_{tot}}{\rho_B}, \quad (5.3)$$

onde ϵ_{tot} é a energia total do sistema e ρ_B é a densidade bariônica. Claro que para termos um modelo mais realista ainda deveríamos adicionar a presença de elétrons, neutralidade da matéria em equilíbrio fraco, autointeração e densidades diferentes para a SQM e a NSQM. Além disso precisaríamos alcançar um energia por bárion em núcleos de ferro menor ou igual a

$$\left(\frac{E}{A}\right)_{Fe} \simeq 930 \text{ MeV}. \quad (5.4)$$

Para o caso do modelo PNJL0 SU(3), utilizando os parâmetros da Tabela 2.3, não conseguimos satisfazer a condição dada na expressão (5.4). Por este motivo não seria possível modelar uma estrela de quarks estável com a junção deste modelo e destas parametrizações. Na literatura ainda discute-se a possibilidade de estrelas hadrônicas se transformarem em estrelas de quarks sob certas condições (DRAGO; PAGLIARA, 2020).

5.2 Modelo PNJL0 SU(3) no regime de equilíbrio beta e neutralidade de carga

Para a construção de uma estrela híbrida, além das interações providas dos quarks, também precisamos levar em consideração as interações vindas dos elétrons (e)³ e dos múons (μ), isto é, devemos considerar decaimentos fracos. Neste caso, assumiremos que os neutrinos têm tempo suficiente para deixar o sistema ($\mu_\nu = 0$). No contexto de estrelas híbridas compactas, construídas a partir de modelos de quarks particular nos regimes de temperatura nula e altas densidades, precisamos satisfazer para os quarks e léptons as condições de equilíbrio beta e a neutralidade de carga (HANAUSSKE *et al.*, 2001; LENZI *et al.*, 2010). A condição para o equilíbrio químico com respeito às interações fortes e

³Neste caso estamos considerando elétrons não massivos.

fracas (equilíbrio β) é dada pelas seguintes expressões

$$\mu_d = \mu_s = \mu_u + \mu_e , \quad (5.5)$$

$$\mu_\mu = \mu_e , \quad (5.6)$$

onde μ_e e μ_μ são respectivamente o potencial químico do elétron e do múon. Ainda, temos que

$$\mu_e = (3\pi^2 \rho_e)^{1/3} , \quad (5.7)$$

$$\mu_\mu = \mu_e = \left[(3\pi^2 \rho_\mu)^{2/3} + m_\mu^2 \right]^{1/2} , \quad (5.8)$$

com a massa do múon sendo $m_\mu = 105,7$ MeV (PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022). Já a condição para a neutralidade de carga elétrica é dada por

$$\rho_Q = \sum_i Q_i \rho_i = 0 , \quad (5.9)$$

$$\frac{2}{3}\rho_u - \frac{1}{3}\rho_d - \frac{1}{3}\rho_s - \rho_e - \rho_\mu = 0 , \quad (5.10)$$

sendo ρ_e e ρ_μ respectivamente as densidades do elétron e do múon, definidos como

$$\rho_e = \frac{\mu_e^3}{3\pi^2} , \quad (5.11)$$

$$\rho_\mu = \frac{k_{F\mu}^3}{3\pi^2} , \quad (5.12)$$

onde $k_{F\mu}$ é o momento de Fermi do múon, dado por

$$k_{F\mu} = \sqrt{\mu_\mu^2 - m_\mu^2} . \quad (5.13)$$

Podemos reescrever os potenciais químicos dos quarks em termos de μ_e e de um potencial químico comum (μ), tal que

$$\mu_u = \mu - \frac{2}{3}\mu_e , \quad (5.14)$$

$$\mu_d = \mu_s = \mu + \frac{1}{3}\mu_e , \quad (5.15)$$

onde μ está relacionado com o potencial químico bariônico (μ_B) de modo que

$$\mu_B = 3\mu . \quad (5.16)$$

Podemos respectivamente escrever as expressões da densidade de energia, do grande

potencial termodinâmico e da pressão para o elétron em temperatura nula como

$$\mathcal{E}_e = \frac{\mu_e^4}{4\pi^2}, \quad (5.17)$$

$$\Omega_e = -\frac{\mu_e^4}{12\pi^2}, \quad (5.18)$$

$$P_e = -\Omega_e = \frac{\mu_e^4}{12\pi^2}. \quad (5.19)$$

Já para o múon, os potenciais termodinâmicos em $T = 0$ são dados por

$$\mathcal{E}_\mu = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk k^2 (k^2 + m_\mu^2)^{1/2}, \quad (5.20)$$

$$\Omega_\mu = -\frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk \frac{k^4}{(k^2 + m_\mu^2)^{1/2}}, \quad (5.21)$$

$$P_\mu = -\Omega_\mu = \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk \frac{k^4}{(k^2 + m_\mu^2)^{1/2}}, \quad (5.22)$$

onde \mathcal{E}_μ , Ω_μ e P_μ são respectivamente a densidade de energia, o grande potencial termodinâmico e a pressão do múon. Para o sistema formado pelos quarks e leptons as equações de estado totais são simplesmente a soma das EOS do modelo PNJL0 com as equações de estado do elétron e do múon. Assim escrevemos as equações de estado totais para os quarks e leptons como

$$\mathcal{E}_{\text{tq}} = \mathcal{E}_{\text{PNJL0}} + \frac{\mu_e^4}{4\pi^2} + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk k^2 (k^2 + m_\mu^2)^{1/2} \quad (5.23)$$

$$\Omega_{\text{tq}} = \Omega_{\text{PNJL0}} - \frac{\mu_e^4}{12\pi^2} - \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk \frac{k^4}{(k^2 + m_\mu^2)^{1/2}} \quad (5.24)$$

$$P_{\text{tq}} = -\Omega_{\text{tq}} = P_{\text{PNJL0}} + \frac{\mu_e^4}{12\pi^2} + \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{F\mu}} dk \frac{k^4}{(k^2 + m_\mu^2)^{1/2}}, \quad (5.25)$$

onde $\mathcal{E}_{\text{PNJL0}}$, Ω_{PNJL0} e P_{PNJL0} são dadas pelas Equações (4.9) e (4.10), respectivamente. P_{PNJL0} nada mais é que a Equação (4.10) com sinal invertido. Utilizando a relação de Euler da termodinâmica para $T = 0$ podemos escrever

$$\sum_i (\mathcal{E}_i + P_i) = \sum_i \mu_i \rho_i, \quad (5.26)$$

onde as partículas são representadas pelo índice $i = (u, d, s, e, \mu)$. Somando as quantidades termodinâmicas dos quarks e dos leptons teremos as EOS totais do sistema, dadas por

$$\sum_i \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{\text{quarks}} + \mathcal{E}_{\text{leptons}} = \mathcal{E}_{\text{PNJL0}} + \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_\mu = \mathcal{E}_{\text{total}}, \quad (5.27)$$

$$\sum_i P_i = P_{\text{quarks}} + P_{\text{leptons}} = P_{\text{PNJL0}} + P_e + P_\mu = P_{\text{total}}. \quad (5.28)$$

Retornando as Equações (5.27) e (5.28) em (5.26) e expandindo a somatória, encontramos a relação entre a densidade de energia e pressão total do sistema com os potenciais químicos e densidades de cada partícula, de modo que

$$\mathcal{E}_{\text{tq}} + P_{\text{tq}} = \mu_u \rho_u + \mu_d \rho_d + \mu_s \rho_s + \mu_e \rho_e + \mu_\mu \rho_\mu . \quad (5.29)$$

Utilizando as igualdades (5.6), (5.14) e (5.15) reescrevemos a Equação (5.29) como

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{tq}} + P_{\text{tq}} &= \left(\mu - \frac{2}{3} \mu_e \right) \rho_u + \left(\mu + \frac{1}{3} \mu_e \right) \rho_d + \left(\mu + \frac{1}{3} \mu_e \right) \rho_s \\ &+ \mu_e \rho_e + \mu_e \rho_\mu , \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\mathcal{E}_{\text{tq}} + P_{\text{tq}} = \mu (\rho_u + \rho_d + \rho_s) + \mu_e \left(-\frac{2}{3} \rho_u + \frac{1}{3} \rho_d + \frac{1}{3} \rho_s + \rho_e + \rho_\mu \right) . \quad (5.31)$$

Como estamos trabalhando com um sistema eletricamente neutro, o termo que multiplica μ_e deve ser nulo para satisfazer condição dada na Equação (5.10). Desse modo (5.31) se torna

$$\mathcal{E}_{\text{tq}} + P_{\text{tq}} = \mu (\rho_u + \rho_d + \rho_s) . \quad (5.32)$$

Assim como definimos um potencial químico comum, podemos fazer o mesmo para a densidade. Assim, definimos uma densidade comum para os quarks, dado por

$$\rho = \rho_u + \rho_d + \rho_s , \quad (5.33)$$

ao qual está relacionada com a densidade bariônica da seguinte forma

$$\rho_B = \frac{1}{3} \rho . \quad (5.34)$$

Agora podemos escrever a Equação (5.32) em relação a densidade e ao potencial químico bariônico, tal que

$$\mathcal{E}_{\text{tq}} + P_{\text{tq}} = \mu_B \rho_B . \quad (5.35)$$

Assim como feito nos capítulos anteriores, podemos analisar o comportamento das transições de fases do modelo PNJL0 SU(3) submetido às condições de equilíbrio químico e neutralidade de carga. Mostramos na Figura 5.1 o comportamento de Ω_{tq} , dado pela Equação 5.24, em função de μ_B , dado pela Equação (5.16) usando a parametrização RKH da Tabela 2.3. Percebe-se que conforme diminuimos o valor de a_3 a transição de fases do confinamento/desconfinamento se “desloca” para a esquerda na direção de valores maiores de μ_B . Este comportamento claramente está de acordo com o que observamos

no Capítulo 4, demonstrando que a condição de neutralidade de carga e equilíbrio β não afetam as características do modelo PNJL0.

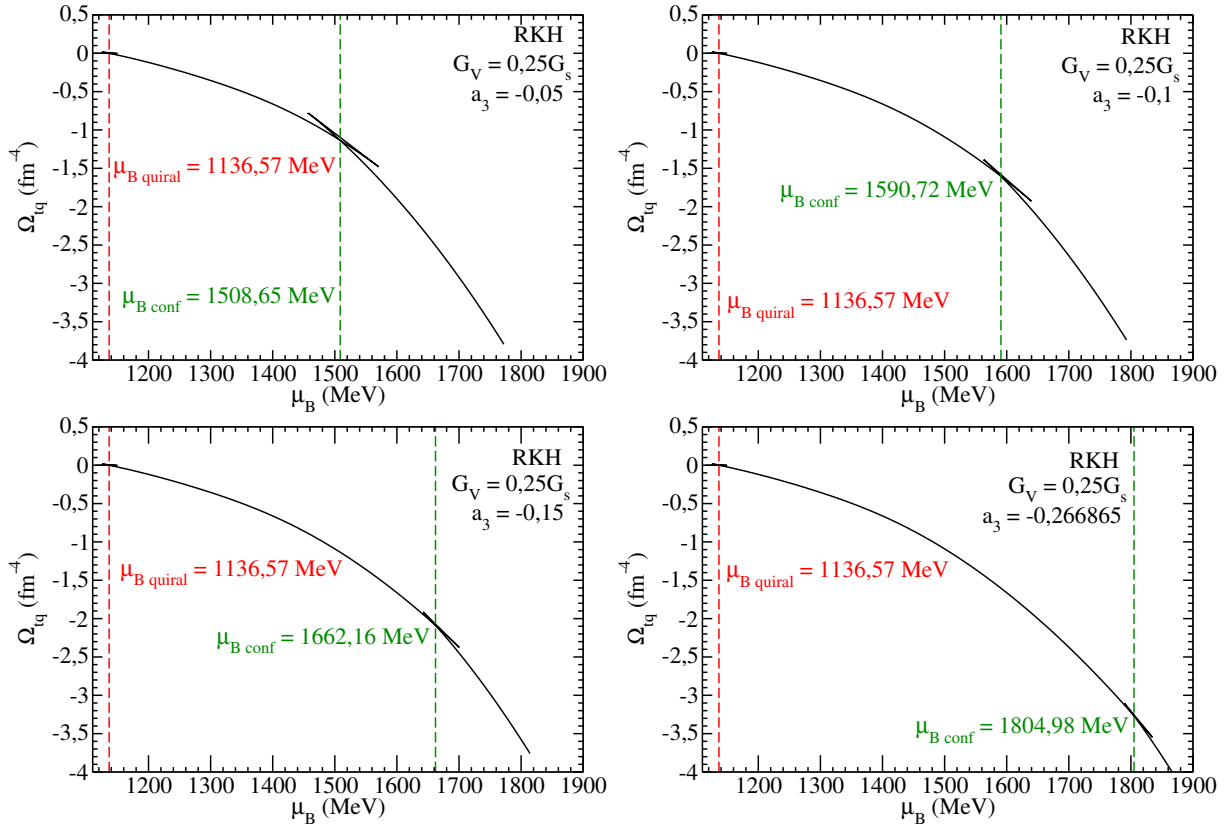


FIGURA 5.1 – Ω_{total} em função de μ_B para $G_V = 0,25G_s$ e para $a_3 = -0,05$, $a_3 = -0,1$, $a_3 = -0,15$ e $a_3 = -0,266865$, utilizando o conjunto RKH.

Se observarmos os valores dos potenciais químicos das transições de fases da simetria quiral e do confinamento/desconfinamento vemos que são levemente alterados em comparação aos encontrados para o modelo PNJL0 SU(3). Na Tabela 5.1 condensamos os resultados para um valor fixo do canal vetorial ($G_V = 0,25G_s$) e diversos valores de a_3 . Se compararmos estes valores com os resultados obtidos na Tabela 4.1 do Capítulo 4,

TABELA 5.1 – Variação do parâmetro a_3 no modelo PNJL0 SU(3) em equilíbrio β e neutralidade de carga, juntamente com os valores obtidos para $\mu_{B \text{ conf}}$, $\Delta\mu_B$, μ_{conf} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $G_V = 0,25G_s$. Para todos os casos abaixo, $\mu_{B \text{ quiral}} = 1136,570 \text{ MeV}$ e $\mu_{\text{quiral}} = 372,104 \text{ MeV}$.

a_3	$\mu_{B \text{ conf}}$ (MeV)	$\Delta\mu_B$ (MeV)	μ_{conf} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
-0,266865	1804,980	668,410	601,660	229,556
-0,2	1726,620	590,050	575,540	203,436
-0,15	1662,160	525,590	554,053	181,949
-0,1	1590,720	454,150	530,240	158,136
-0,05	1508,650	372,080	502,883	130,779

reparamos que para os mesmos μ valores de a_3 e G_V o valor de μ_{quiral} se desloca na direção de valores maiores de μ . Já o μ_{conf} se desloca na direção de valores menores de

μ . Tomando como exemplo os resultados para $a_3 = -0,266865$, para o caso do modelo PNJL0 SU(3) convencional, a transição de fases do confinamento/desconfinamento ocorre no valor exato do *cutoff* Λ . Entretanto, no regime do equilíbrio beta e neutralidade de carga esta transição acontece em um valor levemente menor ao de Λ , ou seja, para $\mu_{conf} = 601,660$ MeV. Nestas mesmas condições, $\Delta\mu$ também é reduzido e consequente temos uma pequena redução no tamanho da fase quarkiônica apresentada pelo sistema. Se olharmos para a Equação (5.24), fica bem claro o motivo desta diferença. De fato temos as contribuições dos leptons reduzindo o valor do grande potencial termodinâmico, o que reflete diretamente nos valores dos potenciais químicos das transições de fases quiral e de confinamento/desconfinamento.

Também podemos analisar o comportamento do modelo PNJL0 SU(3) no regime de equilíbrio beta e neutralidade de carga quando fixamos um valor de a_3 e variamos o valor de G_V . Na Tabela 5.2 mostramos os resultados encontrados quando fixamos $G_V = 0,25G_s$ e utilizamos a parametrização RKH da Tabela 4.1.

TABELA 5.2 – Variação do parâmetro G_V no modelo PNJL0 SU(3), juntamente com os valores, dados em MeV, obtidos para $\mu_{B\ conf}$, $\mu_{B\ quiral}$, $\Delta\mu_B$, μ_{conf} , μ_{quiral} e $\Delta\mu$, para o conjunto RKH e $a_3 = -0,1$.

G_V/G_s	$\mu_{B\ conf}$ (MeV)	$\mu_{B\ quiral}$ (MeV)	$\Delta\mu_B$ (MeV)	μ_{conf} (MeV)	μ_{quiral} (MeV)	$\Delta\mu$ (MeV)
0,5	1539,750	–	–	513,250	–	–
0,45	1546,340	1161,210	385,130	515,446	387,070	128,376
0,4	1554,150	1155,260	398,890	518,050	385,086	132,963
0,35	1536,610	1149,180	387,430	512,220	383,060	129,160
0,3	1575,410	1142,950	432,460	525,136	380,983	144,152
0,25	1590,720	1136,570	454,150	530,240	372,104	158,136

Assim como observado no caso de a_3 fixo, os valores das transições de fases quiral e confinamento/desconfinamento são levemente diferentes dos mostrados na Tabela 4.2 do Capítulo 4. Entretanto, observamos o mesmo efeito encontrado no modelo PNJL0 SU(3) convencional, ou seja, temos o encolhimento da fase quarkiônica conforme aumentamos o valor do canal vetorial. Desse modo, os valores do potencial químico relacionados à transição de fases quiral se deslocam para a direção de μ mais altos. Para o caso específico de $G_V = 0,5G_s$ vemos a transição de fases de primeira ordem dar lugar a uma transição de fases contínua na região quiral, algo diferente do observado no modelo sem a neutralidade de carga e equilíbrio β . Desse modo, a inserção dos leptons no sistema favorece o surgimento de transições de fases contínuas mais “rápido” que o ocorrido no modelo PNJL SU(3) convencional. Já para a região do confinamento/desconfinamento, μ_{conf} se deslocam na direção de valores menores conforme aumentamos o acoplamento vetorial, assim como o esperado para o modelo PNJL0 SU(3).

Por fim podemos investigar o comportamento da fração de quarks Y_f , dada pela Equação (5.1), em função do potencial químico bariônico μ_B . Podemos perceber pela Figura 5.2

que a fração de quarks d é gradualmente reduzida a valores próximos aos da fração de quarks u , de modo que no potencial químico bariônico relacionado à transição de fases do confinamento/desconfinamento⁴ observamos uma redução abrupta da fração de quarks $down$. Já para os quarks estranhos a situação é o contrário da dos quarks d , uma vez

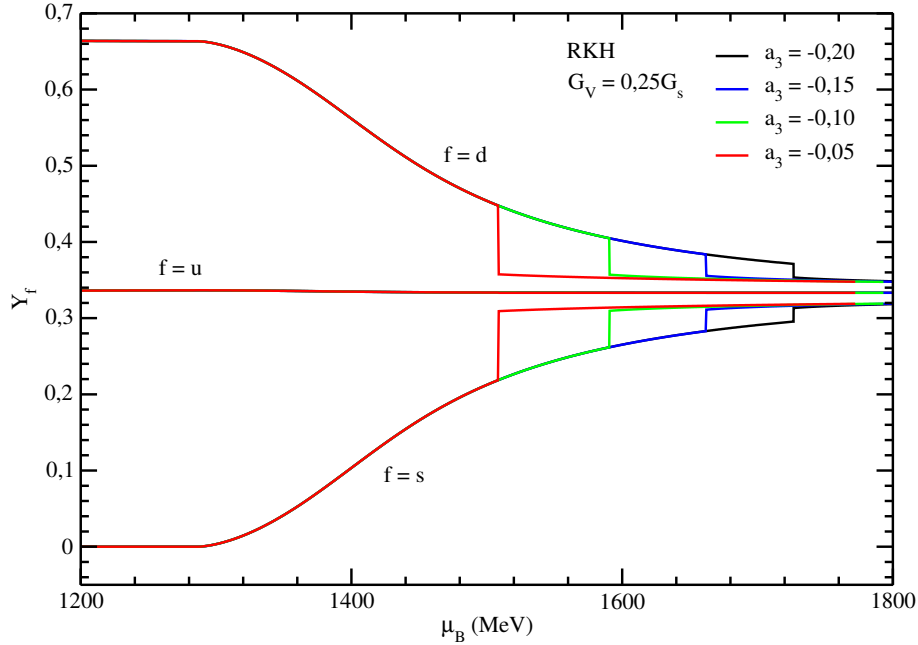


FIGURA 5.2 – Fração de quarks, Y_f , em função de μ_B no equilíbrio β e neutralidade de carga para o modelo PNJL0 SU(3) com $G_V = 0,25G_s$ e para diferentes valores a_3 , utilizando o conjunto RKH.

que os valores de Y_s se aproximam lentamente dos valores de Y_u e com o surgimento de valores não nulos para Φ temos uma variação abrupta em seus valores. No caso da fração dos quarks up , se comparado aos dois casos anteriores, não encontramos variações significativas na dependência em μ_B .

5.3 Modelo relativístico de campo médio DDH δ

Nesta seção introduziremos o segundo elemento necessário para modelarmos uma estrela híbrida compacta, o modelo hadrônico. Neste caso, o modelo utilizado será o modelo relativístico de campo médio hadrônico (RMF, do inglês, *Relativistic Mean-Field model*). Os modelos do tipo RMF são largamente utilizados na literatura e são principalmente representados pelo modelo de Walecka originalmente proposto por J. D. Walecka em 1974 na referência (WALECKA, 1974), na qual a interação entre nucleons é realizada através da troca de mésons (escalares e vetoriais). Nas referências (DUTRA *et al.*, 2016a; DUTRA *et al.*, 2016b) é mostrado que este tipo de modelo hadrônico é capaz de gerar estrelas de nêutrons com massas em torno de $2M_\odot$. Existem centenas de parametrizações do modelo

⁴Ponto onde temos o surgimento de valores não nulos para o laço de Polyakov (Φ).

RMF que descrevem bem a matéria nuclear simétrica e assimétrica, como pode ser visto no detalhado estudo feito na referência (DUTRA *et al.*, 2014). Aqui escolhemos por utilizar um modelo RMF com uma estrutura mais sofisticada e assim optamos pelo modelo relativístico de campo médio DDH δ (do inglês, *Density Dependent Hadronic model with δ meson*), no qual os acoplamento são dependentes da densidade, isto é, $\Gamma_j(\rho)$, sendo ρ a soma entre as densidades do próton (ρ_p) e do nêutron (ρ_n). A fim de simplificar a nomenclatura usada, a partir deste ponto nos referiremos ao modelo RMF DDH δ somente como modelo DDH δ . Escrevemos a lagrangiana do modelo DDH δ como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{HAD}} = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - M_{\text{nuc}})\psi + \Gamma_\sigma(\rho)\sigma\bar{\psi}\psi - \Gamma_\omega(\rho)\bar{\psi}\gamma^\mu\omega_\mu\psi - \frac{\Gamma_\rho(\rho)}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\rho}_\mu\vec{\tau}\psi \\ & + \Gamma_\delta(\rho)\bar{\psi}\vec{\delta}\vec{\tau}\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\vec{B}^{\mu\nu}\vec{B}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu \\ & + \frac{1}{2}(\partial^\mu\vec{\delta}\partial_\mu\vec{\delta} - m_\delta^2\vec{\delta}^2) + \frac{1}{2}(\partial^\mu\sigma\partial_\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2), \end{aligned} \quad (5.36)$$

sendo ψ o campo dos nucleons, σ , ω^μ , $\vec{\rho}_\mu$ e δ são os campos escalar, vetorial, isovetorial-vetorial e isovetorial-escalar que representam os mésons σ , ω , ρ e δ , respectivamente. M_{nuc} é a massa de repouso do nucleon, m_σ , m_ω , m_ρ e m_δ são as massas dos mésons. Vale ressaltar que o méson δ na realidade é uma partícula virtual⁵ que interage de forma similar a um méson. Os tensores assimétricos $F_{\mu\nu}$ e $\vec{B}_{\mu\nu}$ são respectivamente escritos como

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu\omega_\mu - \partial_\mu\omega_\nu, \quad (5.37)$$

$$\vec{B}_{\mu\nu} = \partial_\nu\vec{\rho}_\mu - \partial_\mu\vec{\rho}_\nu. \quad (5.38)$$

Além disso, na Equação (5.36) temos que para $j = (\sigma, \omega)$

$$\Gamma_j(\rho) = \Gamma_j(\rho_0)a_j \frac{1 + b_j \left(\frac{\rho}{\rho_0} + d_j\right)^2}{1 + c_j \left(\frac{\rho}{\rho_0} + d_j\right)^2} \quad (5.39)$$

e para $j = (\rho, \delta)$

$$\Gamma_j(\rho) = \Gamma_j(\rho_0) \left[a_j e^{-b_j(\rho/\rho_0 - 1)} - c_j \left(\frac{\rho}{\rho_0} - d_j \right) \right]. \quad (5.40)$$

Para as Equações (5.39) e (5.40) temos que ρ_0 é a densidade de saturação da matéria nuclear, $\Gamma_j(\rho_0)$, a_j , b_j , c_j , e d_j são parâmetros livres que juntamente com as massas dos nucleons e mésons definem uma parametrização específica, que neste caso é a DDH δ (AVANCINI *et al.*, 2009; FORTIN *et al.*, 2016; GAITANOS *et al.*, 2004).

Em um sistema em SU(3) como o que estamos trabalhando, poderíamos incluir mais

⁵Uma partícula virtual é um objeto matemático ideal que representa todas as possibilidades de interações que causam uma variação na energia (GREINER; BROMLEY, 1998).

bárions além dos nucleons (prótons e nêutrons⁶), uma vez que o quark estranho está presente em bárions mais pesados que os nucleons. Os bárions que são constituídos por um ou mais quark s são denominados hyperons. Alguns exemplos de hyperons são $\Lambda^0 = uds$, $\Sigma^+ = uus$, $\Sigma^- = dds$, $\Xi^0 = uss$, $\Xi^- = dss$ e $\Omega^- = sss$ (PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, 2022). Entretanto, alguns estudos indicam a possibilidade da supressão da população de hyperons nas transições de fases hádron-quark devido aos hyperons aparecem depois do início da fase da matéria de quarks (PEREIRA *et al.*, 2016; YASUTAKE *et al.*, 2011). Além disso, a inclusão de hyperons torna as EOS hadrônicas mais suaves, influenciando diretamente a produção de estrelas, nas quais não são tão massivas se comparado ao caso onde somente nucleons são levados em conta. Como o foco principal deste trabalho é a análise da termodinâmica e os efeitos na modelagem de estrelas do modelo PNJL0 e, também a fim de evitar o aumento demasiado de constantes de acoplamento hadrônicas a serem fixadas, optamos por usar um modelo RMF somente com nucleons.

Utilizando as equações de Euler-Lagrange podemos encontrar as equações de campo do modelo DDH δ . Além disso, a implementação da aproximação de Hartree (sem o termo de Fock) nestas equações nos leva a

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma , \quad (5.41)$$

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \omega_0 , \quad (5.42)$$

$$\vec{\rho}_\mu \rightarrow \langle \vec{\rho}_\mu \rangle \equiv \bar{\rho}_{0(3)} , \quad (5.43)$$

$$\vec{\delta} \rightarrow \langle \vec{\delta} \rangle \equiv \delta_{(3)} . \quad (5.44)$$

Isto nos permite calcular o tensor energia-momento e conseqüentemente as equações de estado do modelo hadrônico. Assim a densidade de energia e pressão são respectivamente

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{HAD}} &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_{0(3)}^2 + \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_{(3)}^2 + \frac{\Gamma_\rho(\rho)}{2}\bar{\rho}_{0(3)}\rho_3 + \Gamma_\omega(\rho)\omega_0\rho \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} dk k^2 (k^2 + M_p^{*2})^{1/2} + \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} dk k^2 (k^2 + M_n^{*2})^{1/2} , \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} P_{\text{HAD}} &= \rho\Sigma_R(\rho) - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\bar{\rho}_{0(3)}^2 - \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_{(3)}^2 + \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{Fn}} \frac{dk k^4}{(k^2 + M_n^{*2})^{1/2}} \\ &+ \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_{Fp}} \frac{dk k^4}{(k^2 + M_p^{*2})^{1/2}} , \end{aligned} \quad (5.46)$$

⁶Os prótons ($p = uud$) e nêutrons ($n = udd$) são constituídos somente por quarks u e d .

onde $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$. Ainda podemos definir as seguintes expressões

$$\rho_{p,n} = \frac{k_{F_{p,n}}^3}{3\pi^2}, \quad (5.47)$$

$$\Sigma_R(\rho) = \frac{\partial \Gamma_\omega}{\partial \rho} \omega_0 \rho + \frac{1}{2} \frac{\partial \Gamma_\rho}{\partial \rho} \bar{\rho}_{0(3)} \rho_3 - \frac{\partial \Gamma_\sigma}{\partial \rho} \sigma \rho_s - \frac{\partial \Gamma_\delta}{\partial \rho} \delta_{(3)} \rho_{s3}, \quad (5.48)$$

$$\rho_s = \rho_{sp} + \rho_{sn} = \frac{M^*}{\pi^2} \left[\int_0^{k_{F_p}} \frac{dk k^2}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} + \int_0^{k_{F_n}} \frac{dk k^2}{\sqrt{k^2 + M_n^{*2}}} \right]. \quad (5.49)$$

com $\rho_{s3} = \rho_{sp} - \rho_{sn}$. Podemos determinar os valores dos campos mesônicos como

$$\sigma = \frac{\Gamma_\sigma(\rho) \rho_s}{m_\sigma^2}, \quad (5.50)$$

$$\omega_0 = \frac{\Gamma_\omega(\rho) \rho}{m_\omega^2}, \quad (5.51)$$

$$\bar{\rho}_{0(3)} = \frac{\Gamma_\rho(\rho) \rho_3}{2m_\rho^2}, \quad (5.52)$$

$$\delta_{(3)} = \frac{\Gamma_\delta(\rho) \rho_{s3}}{m_\delta^2}. \quad (5.53)$$

As massas efetivas dos prótons e dos nêutrons podem ser respectivamente escritas como

$$M_p^* = M_{\text{nuc}} - \Gamma_\sigma(\rho) \sigma - \Gamma_\delta(\rho) \delta_{(3)}, \quad (5.54)$$

$$M_n^* = M_{\text{nuc}} - \Gamma_\sigma(\rho) \sigma + \Gamma_\delta(\rho) \delta_{(3)}. \quad (5.55)$$

Por fim, podemos obter os potenciais químicos dos prótons (μ_p) e dos nêutrons (μ_n) através da expressão $\mu_{p,n} = \partial \mathcal{E}_{\text{HAD}} / \partial \rho_{p,n}$, estes são dados por

$$\mu_p = (k_{F_p}^2 + M_p^{*2})^{1/2} + \Gamma_\omega \omega_0 + \frac{\Gamma_\rho}{2} \bar{\rho}_{0(3)} + \Sigma_R, \quad (5.56)$$

$$\mu_n = (k_{F_n}^2 + M_n^{*2})^{1/2} + \Gamma_\omega \omega_0 - \frac{\Gamma_\rho}{2} \bar{\rho}_{0(3)} + \Sigma_R. \quad (5.57)$$

Assim como realizamos para o setor de quarks na Seção 5.2, no setor hadrônico também implementamos o regime de neutralidade de carga e equilíbrio β quando incluímos em nosso sistema os múons e elétrons. No caso do setor de hádrons tais condições são dadas por

$$\rho_p - \rho_e = \rho_\mu, \quad (5.58)$$

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e, \quad (5.59)$$

com $\mu_\mu = \mu_e$. Isto nos leva às densidade de energia e pressão totais, sendo respectivamente elas

$$\mathcal{E}_{tH} = \mathcal{E}_{\text{HAD}} + \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_\mu, \quad (5.60)$$

$$P_{tH} = P_{\text{HAD}} + P_e + P_\mu, \quad (5.61)$$

de modo que \mathcal{E}_e , P_e , \mathcal{E}_μ e P_μ são dados respectivamente pelas Equações (5.17), (5.19), (5.20) e (5.22). Agora já estamos aptos a modelar uma estrela híbrida compacta, na próxima seção veremos o processo para a criação de uma estrela deste tipo.

5.4 Estrelas híbridas compactas usando o modelo PNJLO SU(3)

Um dos requisitos para criamos uma estrela híbrida compacta é a transição de fases da matéria hadrônica para a matéria de quarks (se pensarmos na direção da superfície para o núcleo da estrela), mais especificamente realizada através da ligação entre os modelos de hádrons e quarks que utilizamos. Na Figura 5.3 mostramos como os modelo PNJLO SU(3) e o modelo DDH δ se comportam de forma independente através da análise da pressão total (P_t) em função do potencial químico bariônico. Utilizamos três conjuntos diferentes de G_V e a_3 juntamente com a parametrização RKH da Tabela 2.3 para o modelo PNJLO SU(3) com intuito de abranger mais regiões no espectro de μ_B . Repare que o

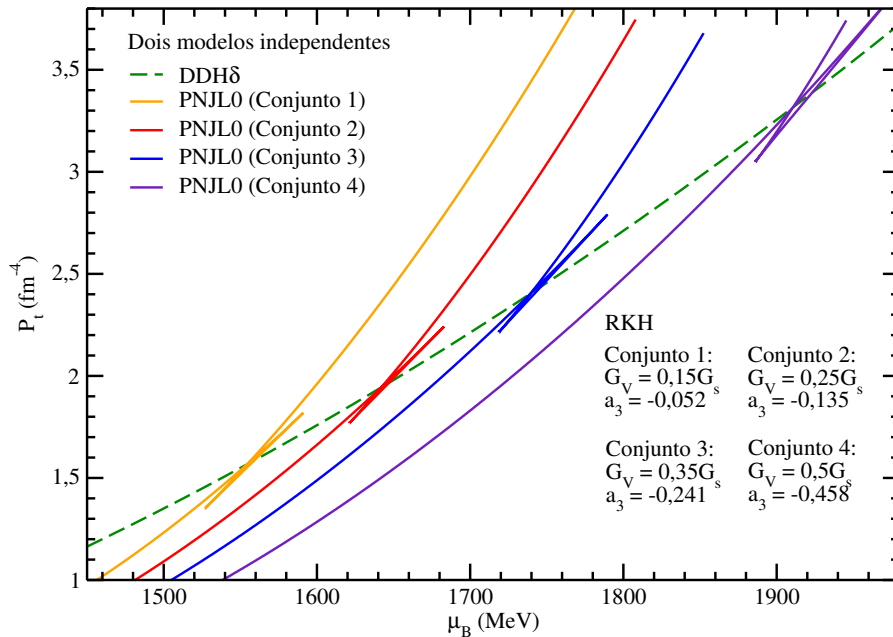


FIGURA 5.3 – Pressão total em função de μ_B para os modelos DDH δ e PNJLO SU(3) com diferentes conjuntos de a_3 e G_V , utilizando a parametrização RKH.

modelo DDH δ não apresenta nenhum “laço” ao longo de sua evolução em μ_B , isto acontece

porque nesta região a matéria nuclear se encontra estável e não apresenta transições de fases, diferentemente do observado para a matéria de quarks descrita pelo modelo PNJL0 SU(3), no qual os quarks sofrem uma transição de fases. Observa-se também que os dois modelos se encontram em determinados pontos. Isto não ocorre por acaso, para cada valor escolhido de G_V/G_s , determinamos o valor de a_3 para o qual ocorre a transição entre os dois modelos. Algo similar foi realizado nas referências (IVANYTSKYI *et al.*, 2019). Condensamos os valores determinados para cada conjunto do modelo PNJL0 SU(3) na Tabela 5.3.

TABELA 5.3 – Conjuntos determinados G_V/G_s e a_3 para o modelo PNJL0 SU(3) utilizando a parametrização RKH no qual as EOS intercedem as EOS do modelo DDH δ .

	G_V/G_s	a_3
Conjunto 1	0,15	-0,052
Conjunto 2	0,25	-0,135
Conjunto 3	0,35	-0,241
Conjunto 4	0,5	-0,458

Aqui impomos que a transição de fases do confinamento/desconfinamento se dá exatamente no ponto de cruzamento com o modelo hadrônico. Assim construímos os modelos conectados no qual as curvas totais iniciam com o modelo DDH δ até o ponto de cruzamento e depois muda para o modelo de quarks desconfiados. Este procedimento é baseado na construção de Maxwell, que impõe termos pressão e potenciais químicos iguais para as duas fases termodinâmicas para uma mesma temperatura, com uma nítida transição de fases de primeira ordem. Na Figura 5.4 mostramos como são as curvas totais dos modelos conectados, que denominaremos como modelo DDH δ -PNJL0. Para o conjunto 4 no qual $G_V = 0,5G_s$ encontramos o valor de $a_3 = -0,458$, valor próximo de $a_3 = -0,4$ determinado na referência (DEXHEIMER; SCHRAMM, 2010), que segundo a mesma é o valor indicado para se reproduzir a LQCD.

Também podemos analisar como é a dependência da pressão total em relação a densidade de energia total (\mathcal{E}_t) dos modelos conectados. Mostramos na Figura 5.5 o comportamento de P_t em função de \mathcal{E}_t para os conjuntos de parâmetros da Tabela 5.3. Fica claro que o efeito da transição de fases de primeira ordem é estabelecer um platô na pressão com uma variação na densidade de energia. Ressaltamos que o valor da pressão de transição é determinado no ponto onde ocorre o cruzamento entre o modelo hadrônico e o modelo de quarks (ALFORD *et al.*, 2013). Observe que a pressão de transição (P_{trans}) e a variação da densidade de energia ($\Delta\mathcal{E}_{\text{trans}}$) aumentam conforme aumentamos o valor de G_V ou, equivalentemente, diminuimos o valor de a_3 . Um valor maior para P_{trans} significa que a parte hadrônica do modelo conectado persiste em valores mais altos de μ_B . Consequentemente, isto leva a uma diminuição da fase de quarks, enquanto que o aumento de $\Delta\mathcal{E}_{\text{trans}}$ leva a um aumento da região de coexistência de hádrons e quarks desconfiados.

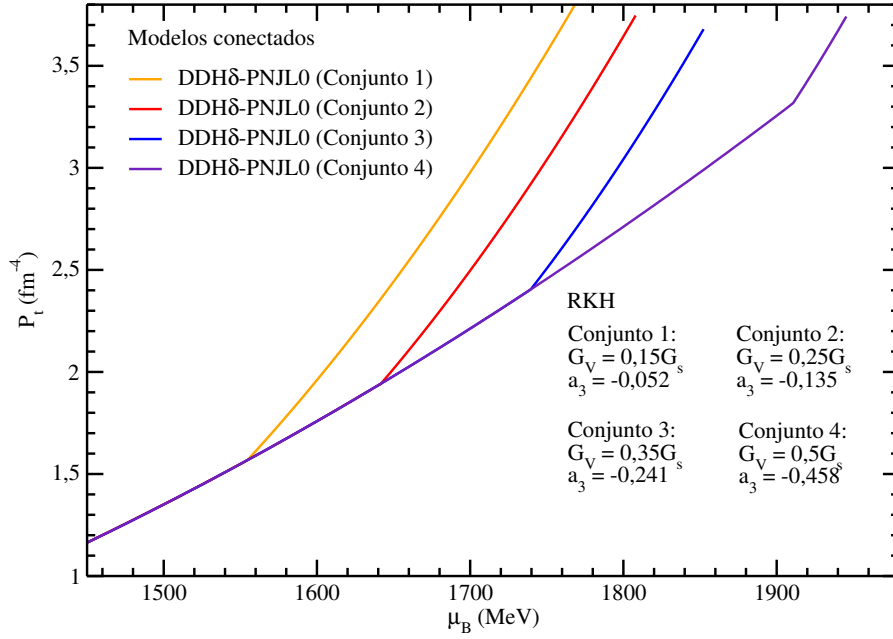


FIGURA 5.4 – Pressão total em função de μ_B para o modelo DDH δ -PNJL0 com diferentes conjuntos de a_3 e G_V e utilizando a parametrização RKH.

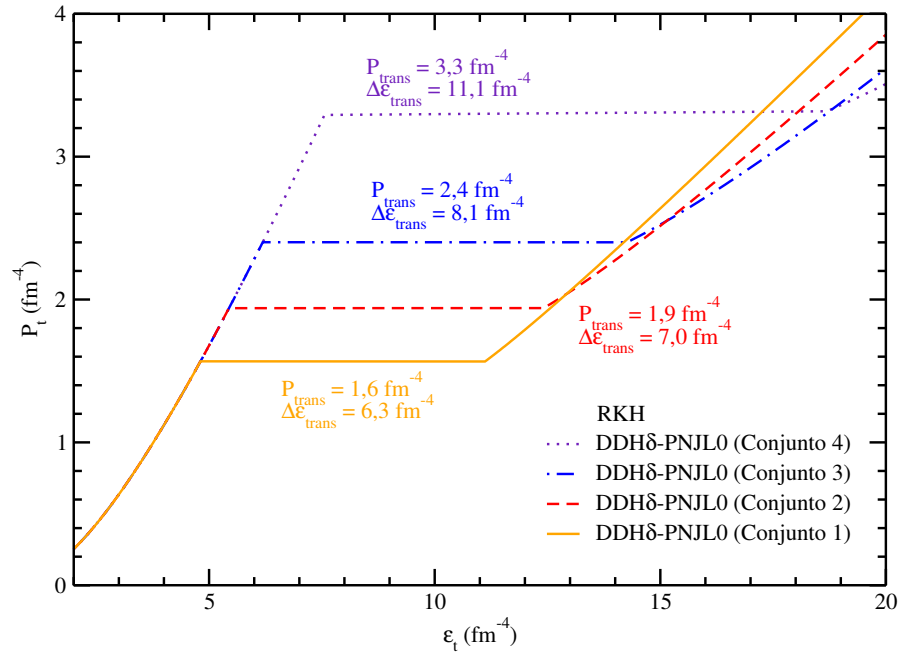


FIGURA 5.5 – Pressão total em função da energia total para o modelo DDH δ -PNJL0 com diferentes conjuntos de a_3 e G_V da Tabela 5.3, utilizando a parametrização RKH. Sendo P_{trans} a pressão de transição e $\Delta\epsilon_{\text{trans}}$ a variação da densidade de energia.

A descrição de uma estrela esfericamente simétrica parte da unificação de dois trabalhos, os de R. C. Tolman e de J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff. Juntos criaram talvez as mais importantes equações da astrofísica, as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) (TOLMAN, 1939; OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939; GLENDENNING, 2000). A partir delas podemos determinar a relação massa-raio (M-R) da estrela e através dessa analisar se a estrela é ou não estável. Assumindo uma distribuição de massa isotrópica

e a validade da teoria da relatividade geral de Einstein, podemos descrever uma estrela compacta esfericamente simétrica de massa M a partir da solução das equações de TOV dadas por (quando $G = c = 1$)⁷

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{[\epsilon(r) + p(r)][m(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r^2[1 - 2m(r)/r]}, \quad (5.62)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r), \quad (5.63)$$

onde $p(r)$ é a pressão, $\epsilon(r)$ é a densidade de energia de massa e G é a constante gravitacional. $m(r)$ é a massa gravitacional contida dentro de um raio r , dada pela expressão

$$m(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 dr' \epsilon(r'). \quad (5.64)$$

As soluções das Equações (5.62) e (5.63) são restritas as condições $p(0) = p_c$ e $m(0) = 0$, sendo p_c a pressão central da estrela. Já para a superfície da estrela, as condições de contorno são $p(R) = 0$ e $m(R) \equiv M$, sendo que R define o raio da estrela. Assim, para solucionar as Equações (5.62) e (5.63) usamos como *input* a pressão total e densidade de energia total fornecidas pelo modelo conectado (modelo hádron-quark). Em nosso caso usaremos as equações de estado fornecidas pelo modelo DDH δ -PNJL0. Além disso, pelo lado hadrônico descrevemos a crosta da estrela através do modelo criado por G. Baym, C. Pethick e P. Sutherland, para a região entre $\rho = 0,16 \times 10^{-10} \text{ fm}^{-3}$ a $\rho = 0,89 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$ (BAYM *et al.*, 1971).

O diagrama massa-raio para estrelas híbridas obtidas a partir do modelo DDH δ -PNJL0 é mostrado na Figura 5.6. Ressaltamos ao leitor que cada ponto das curvas dos perfis massa-raio na verdade representam uma possível estrela, desse modo devemos interpretar as curvas da Figura 5.6 como várias possíveis estrelas com diversas massa e diversos raios. Comparamos os resultados dos modelos conectados DDH δ -PNJL0 com importantes dados observacionais. Dois deles são os valores das massas dos objetos estelares PSR J1614-2230 com massa $M = (1,97 \pm 0,04)M_\odot$ (DEMOREST *et al.*, 2010), PSR J0348+0432 com massa $M = (2,01 \pm 0,04)M_\odot$ (ANTONIADIS *et al.*, 2013) e com o pulsar⁸ MSP J0740+6620, com nível de credibilidade de 68,3%, de massa $M = 2,14_{-0,09}^{+0,10}M_\odot$ (CROMARTIE *et al.*, 2020). Podemos ver que o modelo híbrido DDH δ -PNJL0 pode produzir estrelas com massas que estejam dentro dos limites de estabilidade dos dados observáveis que citamos (faixas vermelha, verde e marrom da Figura 5.6). Recentemente delegada pela NASA (do inglês, *National Aeronautics and Space Administration*), a missão NICER (do inglês, *Neutron star Interior Composition Explorer*), com foco no estudo de estrelas de nêutrons ultra

⁷Quando $G = c = 1$ dizemos que estamos usando as unidades gravitacionais.

⁸Um pulsar nada mais é que uma estrela de nêutrons que por conta do intenso campo eletromagnético rotaciona em alta velocidade e emite radiação em “pulsos”.

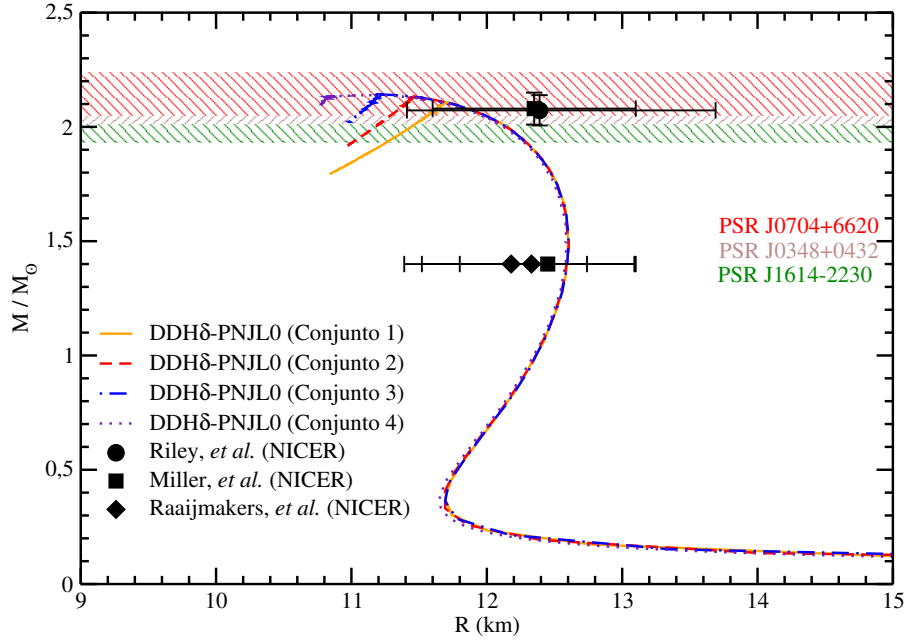


FIGURA 5.6 – Massa da estrela híbrida sobre M_{\odot} em função do raio (km) para o modelos DDH δ -PNJL0. As bandas vermelha, marrom e verde foram extraídas das referências (DEMOREST *et al.*, 2010; ANTONIADIS *et al.*, 2013; CROMARTIE *et al.*, 2020). Os círculos, os quadrados e os diamantes com barras de erro são relacionadas a dados do NICER (RAAIJMAKERS *et al.*, 2021; MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021).

densas, obteve diversos dados acerca desses objetos estelares. Comparamos os resultados do nosso modelo híbrido com os recentes dados da missão NICER sobre os raios relacionados as estrelas de massa iguais a $2,08M_{\odot}$ e $1,4M_{\odot}$. Os pontos quadrados (■) são dados pela referência (MILLER *et al.*, 2021) como $M = 1,4M_{\odot}$ com $R = (12,45 \pm 0,65)$ km e $M = (2,08 \pm 0,07)M_{\odot}$ com $R = (12,35 \pm 0,75)$ km. Os pontos diamantes (◆) são dados pela referência (RAAIJMAKERS *et al.*, 2021) como $M = 1,4M_{\odot}$ com $R = 12,33^{+0,76}_{-0,81}$ km e $M = 1,4M_{\odot}$ com $R = 12,18^{+0,56}_{-0,79}$ km. Por fim, o círculo (●) é dado pela referência (RILEY *et al.*, 2021) como $M = 2,072^{+0,067}_{-0,066}M_{\odot}$ com $R = 12,39^{+1,30}_{-0,98}$ km. Também observa-se que a estrela híbrida é majoritariamente dominada pela fase hadrônica, deixando um pequeno espaço para as sutis dinâmicas vindas do modelo PNJL0, exceto para estrelas com raios pequenos onde a massa de alguma maneira diminui, encolhendo o tamanho da fase de hádrons. Este efeito ocorre por conta do “amolecimento” vindo da repulsão no modelo PNJL0 quando a fase do desconfinamento é alcançada sem que a estrela perca a estabilidade. Podemos ter dois efeitos sobre nossas EOS, elas podem ficar mais moles (*soft*) ou mais duras (*stiff*). Tornar as equações de estados mais moles significa que para um pequeno aumento na pressão temos uma variação na densidade considerável e a estrela é mais facilmente comprimida, o que produz estrelas com raios menores. Uma EOS mais dura sofre exatamente o oposto, para uma termos pequena variação na densidade precisamos de um grande incremento da pressão. Por termos uma matéria mais dura (no sentido literal) a estrela torna-se mais difícil de ser comprimida, o que consequentemente leva essas estrelas a terem raios maiores.

Podemos analisar como é a dependência da pressão em função do raio para uma estrela híbrida particular construída a partir dos quatro conjuntos do modelo DDH δ -PNJL0, detalhamos esta análise na Figura 5.7. Especificamente escolhemos a estrela com massa $M = 2,098M_{\odot}$, que está dentro da faixa de massa do objeto MSP J0740+6620 e dos dados do NICER (RILEY *et al.*, 2021). Nota-se que todos os conjuntos utilizados no modelo DDH δ -PNJL0 prevêm essa estrela. Na Figura 5.7, podemos identificar através das “cavidades” de cada curva os núcleos de quarks dessa estrela. Cada cavidade desta ocorre exatamente no mesmo ponto das transições hádron-quark que identificamos nas Figuras 5.3 e 5.4. As linhas verticais na Figura 5.7 demarcam o valor exato do raio onde observamos as cavidades e do tamanho do raio dos núcleos de quarks (que acontecem no mesmo valor de r). Assim extraímos os valores para o raio de $R_q \approx 1,0$ km para o conjunto 1, $R_q \approx 1,5$ km para o conjunto 2, $R_q \approx 1,6$ km para o conjunto 3 e $R_q \approx 1,3$ km para o conjunto 4. Neste âmbito o núcleo da estrela é composto por quarks desconfinados e os hádrons somente são graus de liberdade da estrela entre $r = R_q$ a $r = R$ (raio máximo da estrela).

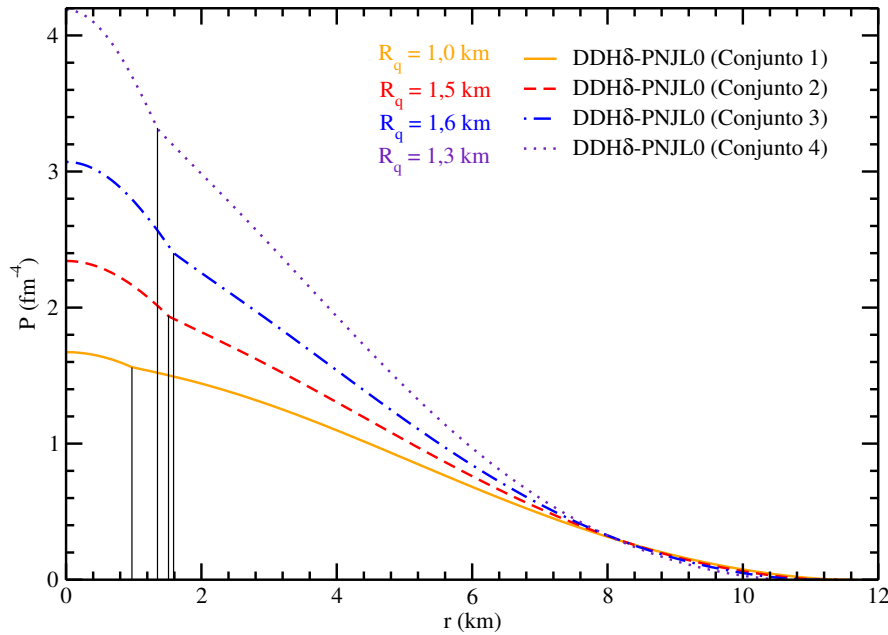


FIGURA 5.7 – Pressão em função das coordenadas radiais para uma estrela de $M = 2,098M_{\odot}$ obtida a partir do modelo DDH δ -PNJL0 com os conjuntos 1, 2, 3 e 4 da Tabela 5.3. As linhas verticais marcam as cavidades (*kinks*) relacionados aos núcleos de quarks para cada parametrização.

Por fim, ressaltamos ainda que para os conjuntos de 1 a 3 usados no modelo hadrônico-quark DDH δ -PNJL0 identificamos ramos lineares nos quais M diminui à medida que R diminui. Investigamos estes ramos via o critério de estabilidade estático da estrela, dada

por

$$\frac{\partial M}{\partial \mathcal{E}_{\text{cent}}} < 0 \Rightarrow \text{configuração instável}, \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \mathcal{E}_{\text{cent}}} > 0 \Rightarrow \text{configuração estável}, \quad (5.66)$$

onde $\mathcal{E}_{\text{cent}}$ é a energia no centro da estrela. Por estes critérios⁹, este tipo de ramificação indicam configurações de instabilidade (HARRISON *et al.*, 1965; MELTZER; THORNE, 1966). Entretanto, uma análise mais detalhada da estabilidade da estrela pode revelar mais informações acerca de pequenas perturbações radiais através das equações de oscilação radial, para mais detalhes veja as referências (PEREIRA *et al.*, 2018; GONDEK *et al.*, 1997; JIMÉNEZ; FRAGA, 2019; SUN *et al.*, 2021; MARIANI *et al.*, 2019; PARISI *et al.*, 2021). Usando este critério das perturbações radiais, uma estrela é dita estável se estas perturbações produzem oscilações bem definidas. Em contrapartida, uma perturbação indefinida caracteriza estrelas instáveis. O conjunto de equações diferenciais que precisam ser resolvidas, acopladas às equações de Tolman-Oppenheimer-Volkof, Equações (5.62) e (5.63), denominadas de equações de oscilação radiais, são dadas por

$$\frac{d\xi}{dr} = -\frac{1}{r} \left(3\xi + \frac{\Delta p}{\Gamma p} \right) - \frac{dp}{dr} \frac{\xi}{(p + \epsilon)} \quad (5.67)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p}{dr} &= \xi \left[\omega^2 e^{\lambda - \nu} (p + \epsilon) r - 4 \frac{dp}{dr} \right] + \xi \left[\left(\frac{dp}{dr} \right)^2 \frac{r}{p + \epsilon} - 8\pi e^{\lambda} (p + \epsilon) p r \right] \\ &+ \Delta p \left[\frac{dp}{dr} \frac{1}{p + \epsilon} - 4\pi (p + \epsilon) r e^{\lambda} \right], \end{aligned} \quad (5.68)$$

com

$$e^{\lambda} = 1 - \frac{2m(r)}{r}, \quad (5.69)$$

$$\frac{d\nu}{dr} = -\frac{2}{(p + \epsilon)} \left(\frac{dp}{dr} \right), \quad (5.70)$$

$$\Gamma = \frac{\rho}{p} \left(\frac{dp}{d\rho} \right), \quad (5.71)$$

onde Γ é o índice adiabático. A função métrica $\nu(r)$, Equação (5.70), tem a condição de contorno dado por e^{λ} , Equação (5.69), da seguinte maneira

$$\nu(r = R) = \ln \left(1 - \frac{2m(R)}{R} \right). \quad (5.72)$$

⁹Vale ressaltar que estes critérios são geralmente aplicados a estrelas de somente um fase, no qual não é o caso que estamos trabalhando.

Assumimos que o deslocamento radial relativo e a perturbação da pressão, $\xi = \Delta r/r$ e Δp , respectivamente, tem dependência temporal harmônica de $e^{i\omega t}$, com ω sendo a autofrequência. Outro aspecto importante que poderíamos investigar é o tipo de transição de fases ocorrida. Em estrelas com duas fases distintas as transições podem ser classificadas como “rápidas” ou “lentas” dependendo da escala de tempo comparada com a escala de tempo da oscilação fundamental da estrela (HAENSEL *et al.*, 1989). Como vemos nas referências (PARISI *et al.*, 2021; PEREIRA *et al.*, 2018; MARIANI *et al.*, 2019), transições de fases lentas têm importantes consequências microscópicas na estrutura de uma estrela compacta com diferentes fases. As condições para as transições de fases lentas são dadas por

$$[\xi]_{-}^{+} = \xi^{+} - \xi^{-} = 0 , \quad (5.73)$$

$$[\Delta p]_{-}^{+} = \Delta p^{+} - \Delta p^{-} = 0 , \quad (5.74)$$

onde os índices de mais e menos indicam os valores das funções em cada lado da interface (MARIANI *et al.*, 2019; PARISI *et al.*, 2021; LUGONES *et al.*, 2021). Sabe-se que as condições de estabilidade a partir da frequência fundamental da estrela são

$$\omega^2 > 0 \Rightarrow \text{configuração estável} , \quad (5.75)$$

$$\omega^2 < 0 \Rightarrow \text{configuração instável} , \quad (5.76)$$

onde a última estrela estável deve ocorrer em $\omega = 0$. No geral, estas propriedades coincidem com a massa máxima no diagrama massa-raio. Entretanto, quando temos uma estrela com duas fases e uma transição de fases lenta, sua última estabilidade ($\omega = 0$) pode ocorrer depois do ponto de massa máximo. Alguns resultados acerca disso podem ser encontrados na referência (PARISI *et al.*, 2021). Seguindo essa ideia, verificamos todos os ramos produzidos pelos conjuntos da Tabela 5.3 e concluimos que todas são estáveis, ou seja, para todos os conjuntos usados não encontramos pontos onde $\omega = 0$.

6 Conclusões e perspectivas

Este trabalho foi baseado na descrição da Cromodinâmica Quântica a partir de modelos fenomenológicos, úteis principalmente no regime de energias no qual a QCD não admite um tratamento perturbativo. Os modelos fenomenológicos de quarks mostraram-se muito eficazes e confiáveis em descrever fenômenos da QCD em baixas densidades. No Capítulo 2 mostramos diversos modelos efetivos que largamente são utilizados. Na Seção 2.1 vimos que o modelo de sacola do MIT descreve os hádrons através de um sacola definida pela constante B , onde em seu interior os quarks interagem como um gás relativístico. O modelo também é capaz de conectar as interações fracas dos hádrons às interações fracas dos quarks. Por conta da simetria quiral explicitamente violada na superfície da sacola e da não inclusão da anomalia $U_A(1)$, a massa do pión se torna muito alta, enquanto que a massa de η' é muito baixa. Entretanto, o modelo não é capaz de reproduzir a dinâmica do desconfinamento, uma vez que incorpora em sua construção o confinamento dos quark de modo estático. Como vimos na Seção 2.2, o modelo NJL em $T = 0$ é uma opção muito mais realística que o modelo de sacola do MIT. Apesar de não prever o desconfinamento dos quarks, o modelo descreve de forma competente a dinâmica da quebra/restauração da simetria quiral, que em muitos casos é o fenômeno protagonista na QCD. O modelo NJL apresenta um mecanismo de geração dinâmica de massa dos quark, chamada de massa constituinte dos quarks, dada pelas Equações (2.24), em SU(2), e (2.69), em SU(3). Ao ocorrer a transição da quebra/restauração da simetria quiral, onde o parâmetro de ordem é ρ_s (ρ_{sf}) para caso do SU(2) (SU(3)), o modelo exhibe o processo de redução das massas dos quarks. Com a análise da transição quiral do modelo NJL, constatamos que os quarks u e d sofrem uma redução drástica em sua massa após a transição quiral, chegando bem próximo do valor de suas massas correntes. Este efeito ocorre em ambos os cenários, SU(2) e SU(3). Já o quark s não sofre este mesmo efeito e tem apenas uma leve redução de massa na transição quiral. Notamos também que para cada uma das parametrizações das Tabelas 2.2 e 2.3, existe um μ crítico onde ocorre a transição de quebra/restauração da simetria quiral (μ_{quiral}), da fase termodinâmica na qual $\rho_s \neq 0$ ($\rho_{sf} \neq 0$) para a fase termodinâmica na qual $\rho_s \approx 0$ ($\rho_{sf} \approx 0$). Mostramos duas maneiras, totalmente equivalentes, de se identificar o valor de μ_{quiral} , a saber, pela procura dos mínimos do grande potencial termodinâmico (Ω) em função do parâmetro de ordem, ρ_s para SU(2)

e ρ_{sf} para $SU(3)$, ou a partir da busca do ponto de cruzamento na curva $\Omega \times \mu$. Um efeito importante observado é a influência exercida pelo canal vetorial na localização da transição quirar. Vimos que conforme aumentamos o valor da constante G_V (para o caso repulsivo), o potencial químico relacionado à transição quirar se desloca para valores mais altos até eliminar a transição de fases de primeira ordem em favor de uma transição de fases contínua.

Para realizarmos um tratamento mais realístico da QCD, faz-se necessária a inclusão do efeito do desconfinamento dos quarks. Na Seção 2.3 mostramos como este efeito é implementado de forma efetiva através de modelo NJL $SU(3)$ em regime de temperatura finita. Em particular, mostramos como é realizada a representação da dinâmica do confinamento/desconfinamento a partir do laço de Polyakov (Φ), implementado no setor puro de glúons (SPG) que é termodinamicamente descrito pelo potencial de Polyakov ($\mathcal{U}(\Phi, \Phi^*, T)$). Assim, apresentamos como é implementado o laço de Polyakov (Φ) no modelo NJL, gerando o modelo PNJL. Mostramos que a estrutura deste modelo é similar a do modelo NJL, diferenciando-se pela inclusão do potencial de Polyakov em suas equações de estado e pela modificação nas distribuições de Fermi-Dirac para partículas e antipartículas, que agora passam a ser dependentes de Φ e Φ^* .

O modelo PNJL traz grandes vantagens em relação ao próprio modelo NJL, simplesmente pelo fato de abranger a dinâmica do desconfinamento dos quarks. Entretanto, no regime de temperatura nula o modelo PNJL torna-se ineficaz, uma vez que toda a informação provida pela inclusão de Φ desaparece e suas equações são reduzidas às mesmas do modelo NJL em $T = 0$. Em outras palavras, o modelo perde sua capacidade de descrever o fenômeno do confinamento/desconfinamento dos quarks neste regime. Mostramos no Capítulo 3 como o modelo PNJL0 $SU(2)$ foi proposto com intuito de contornar este problema. O modelo baseia-se em tornar dependentes de Φ as constantes de acoplamento G_s e G_V , que passam a ser $\mathcal{G}_s(G_s, \Phi) = G_s(1 - \Phi^2)$ e $\mathcal{G}_V(G_V, \Phi) = G_V(1 - \Phi^2)$, respectivamente, com a imposição de que as interações se anulem na fase totalmente desconfinada, na qual $\Phi = 1$. A partir destas modificações é possível manter a dinâmica provida por Φ no regime de $T = 0$. Porém, somente a dependência do laço de Polyakov nas constantes de acoplamento não é suficiente para que o modelo exiba soluções não nulas para Φ quando se resolve a condição $(\partial\Omega/\partial\Phi)_\mu = 0$, Equação (3.4). Para contornar este problema foi adicionado no grande potencial termodinâmico a quantidade $\mathcal{U}_0(\Phi) = a_3 T_0^4 \ln(1 - 6\Phi^2 + 8\Phi^3 - 4\Phi^4)$, que possibilita soluções para $\Phi \neq 0$ e limita seu valor entre $0 \leq \Phi \leq 1$. Ainda, definimos um novo potencial de Polyakov dado por $\mathcal{U}_{\text{PNJL0}}(\rho, \rho_s, \Phi) = G_V \Phi^2 \rho^2 - G_s \Phi^2 \rho_s^2 + \mathcal{U}_0(\Phi)$, Equação (3.9). Averiguamos também que somente temos mínimos para Ω_{PNJL0} em $\Phi \neq 0$ quando tomamos o valor do canal vetorial diferente de zero, ou seja, quando $G_V \neq 0$. Deste modo, o modelo PNJL0 $SU(2)$ exige que tenha-se sempre $G_V \neq 0$ para que a dinâmica do confinamento/desconfinamento seja exibida no regime de temperatura nula. Similar

ao realizado para o modelo NJL, buscamos os μ onde ocorrem as transições de fases associadas à quebra/restauração da simetria quiral e ao confinamento/desconfinamento para o modelo PNJL0 SU(2), respectivamente dadas em μ_{quiral} e μ_{conf} . Para isto, analisamos os mínimos de Ω_{PNJL0} em função de ρ_s para a transição quiral e Ω_{PNJL0} em função de Φ para a transição confinamento/desconfinamento, ou equivalentemente, através do ponto de cruzamento do diagrama $\Omega_{\text{PNJL0}} \times \mu$. Como o modelo exibe duas transições de fases em valores diferentes de μ , como vimos nas Figuras 3.3 e 3.4, podemos estudar a região entre estas duas transições de fases ($\mu_{\text{quiral}} < \mu < \mu_{\text{conf}}$), chamada de fase quarkiônica, na qual a simetria quiral já está praticamente restaurada, mas o sistema continua confinado, ou seja, esta fase termodinâmica apresenta os parâmetros de ordem $\rho_s \approx 0$ e $\Phi = 0$. Verificamos os efeitos causados pelas constantes a_3 e G_V nesta fase. Primeiramente, fixamos o valor para a constante $G_V = 0,25G_s$ e variamos a_3 , percebendo que o aumento do valor de a_3 influencia diretamente na redução do tamanho da fase quarkiônica ($\Delta\mu = \mu_{\text{conf}} - \mu_{\text{quiral}}$), podendo-se até eliminá-la por completo ($\Delta\mu = 0$), como verificado nas Figuras 3.9, 3.10 e na Tabela 3.1. Ao fixarmos $a_3 = -0,1$ e variarmos G_V , constatamos que a fase quarkiônica também é reduzida à medida que aumentamos o valor de G_V , como vimos nas Figura 3.11 e Tabela 3.2. A influência do canal vetorial mostrou-se poderosa a ponto de modificar o valor de μ_{conf} , assim como pode modificar os valores do μ_{quiral} , mostrando mais um vez sua importância para a matéria fortemente interagente.

A fim de tornar o modelo PNJL0 ainda mais realístico, propusemos no Capítulo 4 sua versão com três sabores. Além da modificação das constantes G_s e G_V , também modificamos a constante de mistura de sabores (K) deixando-a dependente de Φ , passando a ser $\mathcal{K}(K, \Phi) = K(1 - \Phi^2)$, dada pela Equação (4.1). Constatamos que somente a inclusão do quark s no sistema quando $G_V = 0$ não é suficiente para que o modelo exiba mínimos em $\Phi \neq 0$ para o grande potencial termodinâmico, ou seja, o modelo não exibe a dinâmica do desconfinamento. Assim como sua versão com dois sabores, o modelo PNJL0 SU(3) necessita que $G_V \neq 0$ para exibir mínimos em $\Phi \neq 0$ para Ω_{PNJL0} , como vimos na Figura 4.2. Para o caso de três sabores, buscamos os valores de μ_{quiral} e μ_{conf} da mesma forma que realizamos nas Seções 2.2 e 3.3, ou seja, buscando os mínimos de Ω_{PNJL0} em função de ρ_s para a transição quiral e Ω_{PNJL0} em função de Φ para a transição confinamento/desconfinamento ou através dos cruzamentos no diagrama $\Omega_{\text{PNJL0}} \times \mu$, onde são exibidos dois cruzamentos para o modelo, como mostrado nas Figuras 4.5 e 4.6. Notamos que a transição quiral afeta mais fortemente os quarks u e d se comparado ao quark s , uma vez que suas massas são drasticamente reduzidas a quase o valor das massas correntes ($m_{u,d} = 5,5 \text{ MeV}$), indicando que a simetria quiral para os quarks mais leves é quase completamente restaurada após a transição de fases quiral. Já o quark estranho tem uma redução abrupta em sua massa ao ocorrer a transição de fases do confinamento/desconfinamento, indicando um favorecimento da restauração da simetria quiral na fase desconfinada. Este efeito difere do observado no modelo NJL, onde a massa

do quark s decresce lentamente até alcançar seu valor de corrente ($m_s = 140,7$ MeV). Registramos estes resultados nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9. Analisamos para a versão com três sabores do modelo PNJL0 a fase quarkiônica e os efeitos das constantes a_3 e G_V . Ao fixarmos o valor de $G_V = 0,25G_s$ e variarmos a_3 , observamos que o aumento do valor de a_3 diminui a fase quarkiônica, como registrado na Figura 4.11 e Tabela 4.1. Para o valor fixo de $a_3 = -0,1$, variamos o valor da constante G_V , constatando que seu aumento também diminuiu o tamanho da fase quarkiônica, como vemos na Figura 4.12 e Tabela 4.2. Esta fenomenologia é similar a encontrada para a versão com dois sabores do modelo PNJL0, o que nos leva a concluir que algumas características intrínsecas do modelo não se alteram pela introdução do quark s no sistema.

Ressaltamos a importância da construção de modelos fenomenológicos/efetivos da QCD em temperatura nula que tem aplicação direta por exemplo no estudo de transições do tipo hádron-quark em estrelas compactas, descritas no regime de $T = 0$, assim como demonstramos no Capítulo 5. Inspirados pelo estudo (ANNALA *et al.*, 2020), no qual descreve recentes evidências da existência de núcleos de quarks em objetos estelares, aplicamos o modelo PNJL0 em sua versão de três sabores na descrição de estrelas híbridas. Para isso reescrevemos o modelo no regime do equilíbrio β e neutralidade de carga, assim como inserimos os léptons (elétrons e múons) em nosso sistema. Mostramos que nestas condições as principais características do modelo PNJL0 mantêm-se inalteradas, mas o efeito da redução da fase quarkiônica quando aumentamos a_3 ou G_V é potencializado. Vimos também que este regime favorece a redução da fração dos quarks d e o aumento da fração de quarks s . Pela lado hadrônico, optamos por usar um modelo relativístico de campo médio dependente da densidade usado a parametrização DDH δ . Combinamos as EOS dos dois modelos exatamente no ponto que ocorre o desconfinamento dos quarks, e assim construímos a transição hádron-quark. Usando diferentes conjuntos de a_3 e G_V para o modelo PNJL0 SU(3) abrangemos uma região maior de μ_B e verificamos que o aumento de $|a_3|$ e G_V aumentamos também a pressão de transição e a variação de energia na transição de fases hádron-quark. Por fim, geramos os perfis de massa-raio determinados por cada conjunto do modelo PNJL0 acoplados ao modelo hadrônico DDH δ . Nossos resultados indicam que é possível construir estrelas híbridas compatíveis com alguns dados observacionais, em particular os propostos pela missão NICER (RAAIJMAKERS *et al.*, 2021; MILLER *et al.*, 2021; RILEY *et al.*, 2021).

Por fim, listamos nossas perspectivas futuras deste trabalho. A primeira perspectiva para o futuro seria o cálculo da tensão superficial e a análise das regiões de coexistência de fases no modelo PNJL0, em especial a região associada a transição de fases do confinamento/desconfinamento. Seguido disto, outra perspectiva futura é a análise das fases possíveis além do desconfinamento dos quarks utilizando o modelo PNJL0. Como última perspectiva teríamos o aperfeiçoamento do modelo PNJL0, como a inserção do campo

eletromagnético, temperatura e outros acoplamentos adicionais, além de um novo estudo de estrelas usando o modelo PNJL0 aperfeiçoado.

Referências

- ABERS, E.; ZACHARIASEN, F.; ZEMACH, C. Origin of internal symmetries. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 132, p. 1831–1836, Nov 1963. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.132.1831>. Acessado em: 18 out. 2022.
- ABUKI, H.; ANGLANI, R.; GATTO, R.; NARDULLI, G.; RUGGIERI, M. Chiral crossover, deconfinement, and quarkyonic matter within a nambu–jona-lasinio model with the polyakov loop. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 78, p. 034034, Aug 2008. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.78.034034>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- ALCOCK, C.; FARHI, E.; OLINTO, A. Strange stars. **Astrophysical Journal**, v. 310, p. 261, nov 1986.
- ALFORD, M. G.; HAN, S.; PRAKASH, M. Generic conditions for stable hybrid stars. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 88, p. 083013, Oct 2013. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.88.083013>. Acessado em: 10 out. 2022.
- ALFORD, M. G.; SCHMITT, A.; RAJAGOPAL, K.; SCHÄFER, T. Color superconductivity in dense quark matter. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 80, p. 1455–1515, Nov 2008. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.80.1455>. Acessado em: 15 ago. 2021.
- ALKOFER, R.; von SMEKAL, L. The infrared behaviour of qcd green’s functions: Confinement, dynamical symmetry breaking, and hadrons as relativistic bound states. **Physics Reports**, v. 353, n. 5, p. 281–465, 2001. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157301000102>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- ANNALA, E.; GORDA, T.; KURKELA, A.; NÄTTILÄ, J.; VUORINEN, A. Evidence for quark-matter cores in massive neutron stars. **Nature Physics**, v. 16, p. 907 – 910, Set 2020. ISSN 1745-2481. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0914-9>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- ANTONIADIS, J.; FREIRE, P. C. C.; WEX, N.; TAURIS, T. M.; LYNCH, R. S.; KERKWIJK, M. H. van; KRAMER, M.; BASSA, C.; DHILLON, V. S.; DRIEBE, T.; HESSELS, J. W. T.; KASPI, V. M.; KONDRATIEV, V. I.; LANGER, N.; MARSH, T. R.; MCLAUGHLIN, M. A.; PENNUCCI, T. T.; RANSOM, S. M.; STAIRS, I. H.; LEEUWEN, J. van; VERBIEST, J. P. W.; WHELAN, D. G. A massive pulsar in a compact relativistic binary. **Science**, v. 340, n. 6131, p. 1233232, 2013. Disponível em: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1233232>. Acessado em: 10 out. 2022.

- AVANCINI, S. S.; BRITO, L.; MARINELLI, J. R.; MENEZES, D. P.; MORAES, M. M. W. de; PROVIDÊNCIA, C.; SANTOS, A. M. Nuclear “pasta” phase within density dependent hadronic models. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 79, p. 035804, Mar 2009. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.035804>. Acessado em: 14 set. 2022.
- BARDEEN, J.; COOPER, L. N.; SCHRIEFFER, J. R. Theory of superconductivity. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 108, p. 1175–1204, Dec 1957. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1175>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- BAYM, G.; PETHICK, C.; SUTHERLAND, P. The ground state of matter at high densities: Equation of state and stellar models. **Astrophysical Journal**, v. 170, p. 299, provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System, dec 1971. Disponível em: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1971ApJ...170..299B>. Acessado em: 10 out. 2022.
- BEHRENDTS, R. E.; DREITLEIN, J.; FRONSDAL, C.; LEE, W. Simple groups and strong interaction symmetries. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 34, p. 1–40, Jan 1962. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.34.1>. Acessado em: 18 out. 2022.
- BENDER, C. M.; HAYS, P. Zero-point energy of fields in a finite volume. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 14, p. 2622–2632, Nov 1976. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.14.2622>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- BERGES, J. Qcd at high baryon density and temperature: Competing condensates and the tricritical point. **Nuclear Physics A**, v. 642, n. 1, p. c51–c57, 1998. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947498004989>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- BERGES, J.; RAJAGOPAL, K. Color superconductivity and chiral symmetry restoration at non-zero baryon density and temperature. **Nuclear Physics B**, v. 538, n. 1, p. 215–232, 1999. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321398006208>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- BERNARD, V.; JAFFE, R. L.; MEISSNER, U.-G. Flavor mixing via dynamical chiral symmetry breaking. **Physics Letters B**, v. 198, n. 1, p. 92–98, 1987. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269387901663>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- BHADURI, R. **Models of the Nucleon: From Quarks to Soliton**. Addison-Wesley, Advanced Book Program, 1988. (Advanced book program). ISBN 9780201156737. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=7smBAAAIAAJ>.
- BOLLINI, C. G.; GIAMBIAGI, J. J. Dimensional renormalization : The number of dimensions as a regularizing parameter. **Il Nuovo Cimento B (1972)**, v. 12, p. 20 – 26, Jun 1972. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF02895558>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- BRATOVIC, N.; HATSUDA, T.; WEISE, W. Role of vector interaction and axial anomaly in the pnjl modeling of the qcd phase diagram. **Physics Letters B**, v. 719, n. 1, p. 131–135, 2013. ISSN 0370-2693. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269313000130>. Acessado em: 02 jan. 2022.

BROWN, G.; RHO, M. The little bag. **Physics Letters B**, v. 82, n. 2, p. 177–180, 1979. ISSN 0370-2693. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269379907299>. Acessado em: 18 jun. 2021.

BUBALLA, M. Njl-model analysis of dense quark matter. **Physics Reports**, v. 407, n. 4, p. 205–376, 2005. ISSN 0370-1573. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037015730400506X>. Acessado em: 15 dez. 2020.

BUISSERET, F.; LACROIX, G. Large- N_c polyakov–nambu–jona-lasinio model with explicit Z_{N_c} symmetry. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 85, p. 016009, Jan 2012. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.016009>. Acessado em: 03 mar. 2022.

CABIBBO, N.; PARISI, G. Exponential hadronic spectrum and quark liberation.

Physics Letters B, v. 59, n. 1, p. 67–69, 1975. ISSN 0370-2693. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269375901586>. Acessado em: 15 jul. 2021.

CALLEN, H. B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. [S.l.]:

John Wiley and Son, 1991. ISBN 978-0-471-86256-7.

CHODOS, A.; JAFFE, R. L.; JOHNSON, K.; THORN, C. B. Baryon structure in the bag theory. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 10, p. 2599–2604, Oct 1974.

Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.2599>. Acessado em: 18 jun. 2021.

CHODOS, A.; JAFFE, R. L.; JOHNSON, K.; THORN, C. B.; WEISSKOPF, V. F. New extended model of hadrons. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 9, p.

3471–3495, Jun 1974. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.9.3471>. Acessado em: 18 jun. 2021.

CHODOS, A.; THORN, C. B. Chiral invariance in a bag theory. **Phys. Rev. D**,

American Physical Society, v. 12, p. 2733–2743, Nov 1975. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.12.2733>. Acessado em: 18 jun. 2021.

CONNOLLY, P. L.; HART, E. L.; LAI, K. W.; LONDON, G.; MONETI, G. C.; RAU, R. R.; SAMIOS, N. P.; SKILLICORN, I. O.; YAMAMOTO, S. S.; GOLDBERG, M.; GUNDZIK, M.; LEITNER, J.; LICHTMAN, S. Existence and properties of the ϕ meson. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 10, p. 371–376, Apr 1963. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.10.371>. Acessado em: 18 out. 2022.

COSTA, P.; FERREIRA, M.; PROVIDENCIA, C. Magnetized qcd phase diagram: critical end points for the strange quark phase transition driven by external magnetic fields. **PoS**, Hadron2017, p. 161, 2018.

- CROMARTIE, H. T.; FONSECA, E.; RANSOM, S. M.; DEMOREST, P. B.; ARZOUMANIAN, Z.; BLUMER, H.; BROOK, P. R.; DECESAR, M. E.; DOLCH, T.; ELLIS, J. A.; FERDMAN, R. D.; FERRARA, E. C.; GARVER-DANIELS, N.; GENTILE, P. A.; JONES, M. L.; LAM, M. T.; LORIMER, D. R.; LYNCH, R. S.; MCLAUGHLIN, M. A.; NG, C.; NICE, D. J.; PENNUCCI, T.; SPIEWAK, R.; STAIRS, I. H.; STOVALL, K.; SWIGGUM, J. K.; ZHU, W. W. Relativistic shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. **Nature Astronomy**, v. 4, p. 72–76, Jan. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/s41550-019-0880-2>. Acessado em: 10 out. 2022.
- CUTERI, F.; CZABAN, C.; PHILIPSEN, O.; SCIARRA, A. Updates on the Columbia plot and its extended/alternative versions. **EPJ Web Conf.**, v. 175, p. 07032, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201817507032>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- CUTKOSKY, R. E.; TARJANNE, P. Self-consistent deviations from unitary symmetry. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 132, p. 1354–1361, Nov 1963. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.132.1354>. Acessado em: 18 out. 2022.
- DAS, A.; FERBEL, T. **Introduction to Nuclear and Particle Physics**. 2nd. ed. [*S.l.*]: WORLD SCIENTIFIC, 2003.
- DEGRAND, T.; JAFFE, R. L.; JOHNSON, K.; KISKIS, J. Masses and other parameters of the light hadrons. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 12, p. 2060–2076, Oct 1975. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.12.2060>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- DEMOREST, P. B.; PENNUCCI, T.; RANSOM, S. M.; ROBERTS, M. S. E.; HESSELS, J. W. T. A two-solar-mass neutron star measured using shapiro delay. **Nature**, v. 467, p. 1081–1083, Dec 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/nature09466>. Acessado em: 10 out. 2022.
- DENKE, R. Z. **Transições de Fase na Matéria de Quarks Magnetizada com Repulsão Vetorial**. Thesis (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2015.
- DEXHEIMER, V.; SCHRAMM, S. Neutron stars as a probe for dense matter. **Nuclear Physics A**, v. 827, n. 1, p. 579c–581c, pANIC08, 2009. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947409003935>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- DEXHEIMER, V. A.; SCHRAMM, S. Novel approach to modeling hybrid stars. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 81, p. 045201, Apr 2010. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.045201>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- DOSCH, H. Gluon condensate and effective linear potential. **Physics Letters B**, v. 190, n. 1, p. 177–181, 1987. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938790863X>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- DRAGO, A.; PAGLIARA, G. Why can hadronic stars convert into strange quark stars with larger radii. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 102, p. 063003, Sep 2020.

Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.063003>. Acessado em: 24 ago. 2022.

DUARTE, D. C. **Estrutura de fases da matéria de quarks quente, densa e magnetizada no modelo de Nambu-Jona-Lasinio**. Thesis (Dissertation) — Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Física,, Santa Maria, 2018.

DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; MENEZES, D. P. Erratum: Stellar properties and nuclear matter constraints [phys. rev. c 93, 025806 (2016)]. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 94, p. 049901, Oct 2016. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.049901>. Acessado em: 14 set. 2022.

DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; MENEZES, D. P. Stellar properties and nuclear matter constraints. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 93, p. 025806, Feb 2016. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.93.025806>.

DUTRA, M.; O, O. L.; AVANCINI, S. S.; CARLSON, B. V.; DELFINO, A.; MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C.; TYPEL, S.; STONE, J. R. Relativistic mean-field hadronic models under nuclear matter constraints. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 90, p. 055203, Nov 2014. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.90.055203>. Acessado em: 20 set. 2021.

EBERT, D.; REINHARDT, H. Effective chiral hadron lagrangian with anomalies and skyrme terms from quark flavour dynamics. **Nuclear Physics B**, v. 271, n. 1, p. 188–226, 1986. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321386903597>. Acessado em: 02 jan. 2022.

ELLIS, J. The discovery of the gluon. **International Journal of Modern Physics A**, v. 29, n. 31, p. 1430072, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1142/S0217751X14300725>. Acessado em: 05 jul. 2021.

FERMI, E.; YANG, C. N. Are mesons elementary particles? **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 76, p. 1739–1743, Dec 1949. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.76.1739>. Acessado em: 18 out. 2022.

FERREIRA, M. **QCD phase diagram under an external magnetic field**. Thesis (Doutorado) — Universidade de Coimbra (Portugal), 2015.

FORCRAND, P. de; PHILIPSEN, O. The chiral critical line of $N_f = 2 + 1$ QCD at zero and non-zero baryon density. **Journal of High Energy Physics**, Springer Science and Business Media LLC, v. 2007, n. 01, p. 077–077, jan 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/01/077>. Acessado em: 24 jun. 2022.

FORTIN, M.; PROVIDÊNCIA, C.; RADUTA, A. R.; GULMINELLI, F.; ZDUNIK, J. L.; HAENSEL, P.; BEJGER, M. Neutron star radii and crusts: Uncertainties and unified equations of state. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 94, p. 035804, Sep 2016. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.035804>. Acessado em: 14 set. 2022.

- FREDERICO, T.; SALMÈ, G.; VIVIANI, M. Two-body scattering states in minkowski space and the nakanishi integral representation onto the null plane. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 85, p. 036009, Feb 2012. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.036009>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- FRITZSCH, H.; GELL-MANN, M.; LEUTWYLER, H. Advantages of the color octet gluon picture. **Physics Letters B**, v. 47, n. 4, p. 365–368, 1973. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269373906254>. Acessado em: 17 ago. 2021.
- FUKUSHIMA, K. Chiral effective model with the polyakov loop. **Physics Letters B**, v. 591, n. 3, p. 277–284, 2004. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269304006203>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- FUKUSHIMA, K. Critical surface in hot and dense qcd with the vector interaction. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 78, p. 114019, Dec 2008. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.78.114019>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- FUKUSHIMA, K. Phase diagrams in the three-flavor nambu–jona-lasinio model with the polyakov loop. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 77, p. 114028, Jun 2008. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.114028>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- GAITANOS, T.; Di Toro, M.; TYPEL, S.; BARAN, V.; FUCHS, C.; GRECO, V.; WOLTER, H. On the lorentz structure of the symmetry energy. **Nuclear Physics A**, v. 732, p. 24–48, 2004. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947403019511>. Acessado em: 14 set. 2022.
- GELL-MANN, M. The eightfold way: A theory of strong interaction symmetry. 3 1961. Disponível em: <https://www.osti.gov/biblio/4008239>. Acessado em: 01 jul. 2021.
- GELL-MANN, M. Symmetries of baryons and mesons. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 125, p. 1067–1084, Feb 1962. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.125.1067>. Acessado em: 01 jul. 2021.
- GELL-MANN, M. A schematic model of baryons and mesons. **Physics Letters**, v. 8, n. 3, p. 214–215, 1964. ISSN 0031-9163. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031916364920013>. Acessado em: 01 jul. 2021.
- GELL-MANN, M.; OAKES, R. J.; RENNER, B. Behavior of current divergences under $su_3 \times su_3$. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 175, p. 2195–2199, Nov 1968. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.175.2195>. Acessado em: 17 jun. 2021.
- GLASHOW, S. L.; SAKURAI, J. J. The 27-fold way and other ways: symmetries of mesons-baryon resonances. **Il Nuovo Cimento (1955-1965)**, v. 25, p. 337–354, 1962. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF02731450>. Acessado em: 18 out. 2022.

- GLENDENNING, N. K. **Compact Stars**. 2nd. ed. [S.l.]: Springer New York, NY, 2000. ISSN 0941-7834.
- GOLDENFELD, N. **Lectures on phase transitions and the renormalization group**. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 1992.
- GOLDSTONE, J. Field theories with << superconductor >> solutions. **Il Nuovo Cimento (1955-1965)**, v. 19, p. 154–164, Jan 1961. ISSN 1827-6121. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF02812722>. Acessado em: 07 jul. 2021.
- GOLDSTONE, J.; SALAM, A.; WEINBERG, S. Broken symmetries. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 127, p. 965–970, Aug 1962. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.127.965>. Acessado em: 07 jul. 2021.
- GONDEK, D.; HAENSEL, P.; ZDUNIK, J. L. Radial pulsations and stability of proton-neutron stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 325, p. 217–227, Sep. 1997. Acessado em: 10 out. 2022.
- GREINER, W.; BROMLEY, D. **Quantum Mechanics: Special Chapters**. 2nd. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1998. ISBN 3540600736.
- GREINER, W.; BROMLEY, D.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. **Quantum Chromodynamics**. Springer Berlin Heidelberg, 2007. ISBN 9783540485353. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=iNev7iHHG_MC.
- GROSS, D. J.; NEVEU, A. Dynamical symmetry breaking in asymptotically free field theories. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 10, p. 3235–3253, Nov 1974. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.3235>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Asymptotically free gauge theories. i. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 8, p. 3633–3652, Nov 1973. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.8.3633>. Acessado em: 24 set. 2021.
- GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 30, p. 1343–1346, Jun 1973. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1343>. Acessado em: 24 set. 2021.
- GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Asymptotically free gauge theories. ii. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 9, p. 980–993, Feb 1974. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.9.980>. Acessado em: 24 set. 2021.
- HAENSEL, P.; ZDUNIK, J. L.; SCHAEFFER, R. Phase transitions in dense matter and radial pulsations of neutron stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 217, n. 1-2, p. 137–144, Jun 1989. ISSN 0004-6361. Acessado em: 10 out. 2022.
- HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics**. [S.l.]: John Wiley and Son, 1984. ISBN 978-0-471-88741-6.
- HANAUSKE, M.; SATAROV, L. M.; MISHUSTIN, I. N.; STÖCKER, H.; GREINER, W. Strange quark stars within the nambu–jona-lasinio model. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 64, p. 043005, Jul 2001. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.64.043005>. Acessado em: 02 jan. 2022.

- HANSEN, H. Qcd critical behavior in the pnjl model. **eCONF**, C0906083, p. 05, 2009.
- HARRISON, B. K.; THORNE, K. S.; WAKANO, M.; WHEELER, J. A. **Gravitation Theory and Gravitational Collapse**. [S.l.: s.n.], 1965.
- HATSUDA, T.; KUNIHIRO, T. Possible critical phenomena associated with the chiral symmetry breaking. **Physics Letters B**, v. 145, n. 1, p. 7–10, 1984. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269384909365>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- HATSUDA, T.; KUNIHIRO, T. Effects of explicit $\text{SU}(3)$ breaking on the quark condensates. **Physics Letters B**, v. 198, n. 2, p. 126–130, 1987. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938791481X>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- HATSUDA, T.; KUNIHIRO, T. Qcd phenomenology based on a chiral effective lagrangian. **Physics Reports**, v. 247, n. 5, p. 221–367, 1994. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157394900221>. Acessado em: 10 nov. 2020.
- HELL, T.; KASHIWA, K.; WEISE, W. Impact of vector-current interactions on the qcd phase diagram. **Journal of Modern Physics**, v. 4, n. 5, p. 644–650, 2013. Disponível em: <https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=31915>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- HIDAKA, Y.; MCLERRAN, L. D.; PISARSKI, R. D. Baryons and the phase diagram for a large number of colors and flavors. **Nuclear Physics A**, v. 808, n. 1, p. 117–123, 2008. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947408005630>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- HOLLAND, K.; WIESE, U.-J. The center symmetry and its spontaneous breakdown at high temperatures. In: _____. **At The Frontier of Particle Physics**. [S.l.: s.n.]. p. 1909–1944. Disponível em: https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812810458_0040. Acessado em: 03 mar. 2022.
- HUANG, K. **Quarks, Leptons and Gauge Fields**. 2nd. ed. [S.l.]: WORLD SCIENTIFIC, 1992.
- IKEDA, M.; OGAWA, S.; OHNUKI, Y. A possible symmetry in sakata’s model for bosons-baryons system. **Progress of Theoretical Physics**, v. 22, n. 5, p. 715–724, 11 1959. ISSN 0033-068X. Disponível em: <https://doi.org/10.1143/PTP.22.715>. Acessado em: 18 out. 2022.
- IKEDA, M.; OGAWA, S.; OHNUKI, Y. A possible symmetry in sakata’s model for bosons-baryons system ii. **Progress of Theoretical Physics**, v. 23, n. 6, p. 1073–1099, jun 1960. Disponível em: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1960PThPh..23.1073I>. Acessado em: 18 out. 2022.

- IVANYTSKYI, O.; PÉREZ-GARCÍA, M. A.; SAGUN, V.; ALBERTUS, C. Second look to the polyakov loop nambu–jona-lasinio model at finite baryonic density. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 100, p. 103020, Nov 2019. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.103020>. Acessado em: 10 out. 2022.
- JIMÉNEZ, J. C.; FRAGA, E. S. Radial oscillations of quark stars from perturbative qcd. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 100, p. 114041, Dec 2019. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.114041>. Acessado em: 10 out. 2022.
- KAPUSTA, J. I.; GALE, C. **Finite-Temperature Field Theory: Principles and Applications**. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2006. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics).
- KLEVANSKY, S. P. The nambu—jona-lasinio model of quantum chromodynamics. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 64, p. 649–708, Jul 1992. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.64.649>. Acessado em: 12 out. 2020.
- KOCH, V.; BIRO, T. S.; KUNZ, J.; MOSEL, U. A chirally invariant fermionic field theory for nuclear matter. **Physics Letters B**, v. 185, n. 1, p. 1–5, 1987. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269387915176>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- KOGUT, J. B. An introduction to lattice gauge theory and spin systems. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 51, p. 659–713, Oct 1979. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.51.659>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- KOGUT, J. B. The lattice gauge theory approach to quantum chromodynamics. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 55, p. 775–836, Jul 1983. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.55.775>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- KOHYAMA, H. Phase diagram of chiral and diquark condensates at finite temperature and density in the 2-dimensional gross neveu model. 5 2008. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/0805.0003>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- KOHYAMA, H.; KIMURA, D.; INAGAKI, T. Regularization dependence on phase diagram in nambu–jona-lasinio model. **Nuclear Physics B**, v. 896, p. 682–715, 2015. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321315001753>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- LATTIMER, J. M.; PRAKASH, M. The physics of neutron stars. **Science**, v. 304, n. 5670, p. 536–542, 2004. Disponível em: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1090720>. Acessado em: 24 ago. 2022.
- LENZI, C. H.; SCHNEIDER, A. S.; PROVIDÊNCIA, C.; MARINHO, R. M. Compact stars with a quark core within the nambu–jona-lasinio (njl) model. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 82, p. 015809, Jul 2010. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.82.015809>. Acessado em: 24 ago. 2022.
- LUGONES, G.; MARIANI, M.; RANEA-SANDOVAL, I. F. Slow stable hybrid stars: a new class of compact stars that fulfills all current observational constraints. 6 2021. Acessado em: 18 nov. 2022.

- LUTZ, M.; KLIMT, S.; WEISE, W. Meson properties at finite temperature and baryon density. **Nuclear Physics A**, v. 542, n. 4, p. 521–558, 1992. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594749290256J>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- MARIANI, M.; ORSARIA, M. G.; RANEA-SANDOVAL, I. F.; LUGONES, G. Magnetized hybrid stars: effects of slow and rapid phase transitions at the quark–hadron interface. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 489, n. 3, p. 4261–4277, 09 2019. ISSN 0035-8711. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/mnras/stz2392>. Acessado em: 10 out. 2022.
- MASAYUKI, A.; KOICHI, Y. Chiral restoration at finite density and temperature. **Nuclear Physics A**, v. 504, n. 4, p. 668–684, 1989. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594748990002X>. Acessado em: 15 jul. 2021.
- MATTOS, O. A.; FREDERICO, T.; LOURENÇO, O. Confinement effects from a PNJL model at zero temperature regime. **Journal of Physics: Conference Series**, IOP Publishing, v. 1291, n. 1, p. 012031, jul 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1291/1/012031>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- MATTOS, O. A.; FREDERICO, T.; LOURENÇO, O. Thermodynamical phases in a pnjl model at zero temperature. **The European Physical Journal C**, v. 81, n. 1, p. 24, jan 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-08827-0>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- MATTOS, O. A.; FREDERICO, T.; LOURENÇO, O.; LENZI, C. H.; DUTRA, M. Pnjl model at zero temperature: The three-flavor case. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 104, p. 116001, Dec 2021. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.116001>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- MCLERRAN, L. The phase diagram of qcd and some issues of large nc . **Nuclear Physics B - Proceedings Supplements**, v. 195, p. 275–280, 2009. ISSN 0920-5632. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920563209007415>. Acessado em: 15 jul. 2021.
- MCLERRAN, L. Quarkyonic matter and the revised phase diagram of qcd. **Nuclear Physics A**, v. 830, n. 1, p. 709c–712c, quark Matter 2009, 2009. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947409007180>. Acessado em: 17 ago. 2021.
- MCLERRAN, L.; PISARSKI, R. D. Phases of dense quarks at large nc . **Nuclear Physics A**, v. 796, n. 1, p. 83–100, 2007. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947407006823>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- MCLERRAN, L.; REDLICH, K.; SASAKI, C. Quarkyonic matter and chiral symmetry breaking. **Nuclear Physics A**, v. 824, n. 1, p. 86–100, 2009. ISSN 0375-9474. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947409002036>. Acessado em: 03 mar. 2022.

- MCLERRAN, L. D.; SVETITSKY, B. Quark liberation at high temperature: A monte carlo study of $su(2)$ gauge theory. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 24, p. 450–460, Jul 1981. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.24.450>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- MELTZER, D. W.; THORNE, K. S. Normal modes of radial pulsation of stars at the end point of thermonuclear evolution. **Astrophysical Journal**, v. 145, p. 514, Aug. 1966. Acessado em: 10 out. 2022.
- MILLER, M. C.; LAMB, F. K.; DITTMANN, A. J.; BOGDANOV, S.; ARZOUMANIAN, Z.; GENDREAU, K. C.; GUILLOT, S.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; LOEWENSTEIN, M.; MORSINK, S. M.; RAY, P. S.; WOLFF, M. T.; BAKER, C. L.; CAZEAU, T.; MANTHRIPRAGADA, S.; MARKWARDT, C. B.; OKAJIMA, T.; POLLARD, S.; COGNARD, I.; CROMARTIE, H. T.; FONSECA, E.; GUILLEMOT, L.; KERR, M.; PARTHASARATHY, A.; PENNUCCI, T. T.; RANSOM, S.; STAIRS, I. The radius of PSR j0740+6620 from NICER and XMM-newton data. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. L28, sep 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089b>. Acessado em: 10 out. 2022.
- MISHUSTIN, I. N.; SATAROV, L. M.; STÖCKER, H.; GREINER, W. Unusual bound states of quark matter within the nambu–jona-lasinio model. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 62, p. 034901, Aug 2000. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.62.034901>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- MUROYA, S.; NAKAMURA, A.; NONAKA, C.; TAKAISHI, T. Lattice qcd at finite density*): An introductory review. **Progress of Theoretical Physics**, v. 110, n. 4, p. 615–668, 10 2003. ISSN 0033-068X. Disponível em: <https://doi.org/10.1143/PTP.110.615>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. i. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 122, p. 345–358, Apr 1961. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.122.345>. Acessado em: 20 set. 2021.
- NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. ii. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 124, p. 246–254, Oct 1961. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.124.246>. Acessado em: 20 set. 2021.
- NAMBU, Y.; SAKURAI, J. J. κ meson [$K^*(725)$] and the strangeness-changing currents of unitary symmetry. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 11, p. 42–45, Jul 1963. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.11.42>. Acessado em: 18 out. 2022.
- NE'EMAN, Y. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. **Nuclear Physics**, v. 26, n. 2, p. 222–229, 1961. ISSN 0029-5582. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029558261901341>. Acessado em: 18 out. 2022.
- OAKES, R. J.; YANG, C. N. Meson-baryon resonances and the mass formula. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 11, p. 174–178, Aug 1963. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.11.174>. Acessado em: 18 out. 2022.

- OLIVEIRA, M. J. de. **Termodinâmica**. [S.l.]: Livraria da Física, 2005. ISBN 9788588325470.
- OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 374–381, Feb 1939. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.374>. Acessado em: 10 out. 2022.
- PAGELS, H. Departures from chiral symmetry. **Physics Reports**, v. 16, n. 5, p. 219–311, 1975. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157375900393>. Acessado em: 07 jul. 2021.
- PARISI, A.; FLORES, C. V.; LENZI, C. H.; CHEN, C.-S.; LUGONES, G. Hybrid stars in the light of the merging event GW170817. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, IOP Publishing, v. 2021, n. 06, p. 042, Jun 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/06/042>. Acessado em: 10 out. 2022.
- PARTICLE DATA GROUP; WORKMAN, R. L. Review of particle physics. **Progress of Theoretical and Experimental Physics**, v. 2022, n. 8, 083C01, 08 2022. ISSN 2050-3911. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>. Acessado em: 22 nov. 2022.
- PAULA, W. de; FREDERICO, T.; SALMÈ, G.; VIVIANI, M.; PIMENTEL, R. Fermionic bound states in minkowski space: light-cone singularities and structure. **The European Physical Journal C**, v. 77, n. 11, p. 764, Nov 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5351-2>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- PAULI, W.; VILLARS, F. On the invariant regularization in relativistic quantum theory. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 21, p. 434–444, Jul 1949. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.21.434>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- PEREIRA, J. P.; FLORES, C. V.; LUGONES, G. Phase transition effects on the dynamical stability of hybrid neutron stars. **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 860, n. 1, p. 12, Jun 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aabfbf>. Acessado em: 10 out. 2022.
- PEREIRA, R. C.; COSTA, P.; PROVIDÊNCIA, C. m. c. Two-solar-mass hybrid stars: A two model description using the nambu–jona-lasinio quark model. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 94, p. 094001, Nov 2016. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.094001>. Acessado em: 14 set. 2022.
- PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. **An Introduction to quantum field theory**. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995. ISBN 978-0-201-50397-5.
- PIZA, A. **Mecânica Quântica**. 2. ed. [S.l.]: Edusp, 2009. ISBN 8531407486.
- PLUNIEN, G.; MÜLLER, B.; GREINER, W. The casimir effect. **Physics Reports**, v. 134, n. 2, p. 87–193, 1986. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157386900207>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 30, p. 1346–1349, Jun 1973. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1346>. Acessado em: 24 set. 2021.

- POLYAKOV, A. Thermal properties of gauge fields and quark liberation. **Physics Letters B**, v. 72, n. 4, p. 477–480, 1978. ISSN 0370-2693. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269378907372>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- RAAIJMAKERS, G.; GREIF, S. K.; HEBELER, K.; HINDERER, T.; NISSANKE, S.; SCHWENK, A.; RILEY, T. E.; WATTS, A. L.; LATTIMER, J. M.; HO, W. C. G. Constraints on the dense matter equation of state and neutron star properties from NICER’s mass-radius estimate of PSR j0740+6620 and multimessenger observations. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. L29, sep 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089a>. Acessado em: 10 out. 2022.
- RATTI, C.; RÖßNER, S.; THALER, M.; WEISE, W. Thermodynamics of the pnjl model. **Eur. Phys. J. C**, v. 49, p. 213–217, Jan 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-006-0065-x>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- RATTI, C.; THALER, M. A.; WEISE, W. Phases of qcd: Lattice thermodynamics and a field theoretical model. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 73, p. 014019, Jan 2006. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.73.014019>. Acessado em: 03 mar. 2022.
- REHBERG, P.; KLEVANSKY, S. P.; HÜFNER, J. Hadronization in the su(3) nambu–jona-lasinio model. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 53, p. 410–429, Jan 1996. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.53.410>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- RILEY, T. E.; WATTS, A. L.; RAY, P. S.; BOGDANOV, S.; GUILLOT, S.; MORSINK, S. M.; BILOUS, A. V.; ARZOUMANIAN, Z.; CHOUDHURY, D.; DENEVA, J. S.; GENDREAU, K. C.; HARDING, A. K.; HO, W. C. G.; LATTIMER, J. M.; LOEWENSTEIN, M.; LUDLAM, R. M.; MARKWARDT, C. B.; OKAJIMA, T.; PRESCOD-WEINSTEIN, C.; REMILLARD, R. A.; WOLFF, M. T.; FONSECA, E.; CROMARTIE, H. T.; KERR, M.; PENNUCCI, T. T.; PARTHASARATHY, A.; RANSOM, S.; STAIRS, I.; GUILLEMOT, L.; COGNARD, I. A NICER view of the massive pulsar PSR j0740+6620 informed by radio timing and XMM-newton spectroscopy. **The Astrophysical Journal Letters**, American Astronomical Society, v. 918, n. 2, p. L27, sep 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac0a81>. Acessado em: 10 out. 2022.
- RIORDAN, M. The discovery of quarks. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 256, n. 5061, p. 1287–1293, 1992. ISSN 0036-8075. Disponível em: <https://science.sciencemag.org/content/256/5061/1287>. Acessado em: 05 jul. 2021.
- ROBERTS, C. D.; WILLIAMS, A. G. Dyson-schwinger equations and their application to hadronic physics. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 33, p. 477–575, 1994. ISSN 0146-6410. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0146641094900493>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- RÖSSNER, S.; RATTI, C.; WEISE, W. Polyakov loop, diquarks, and the two-flavor phase diagram. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 75, p. 034007, Feb 2007.

Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.75.034007>. Acessado em: 03 mar. 2022.

ROTHER, H. J. **Lattice Gauge Theories**. 4th. ed. WORLD SCIENTIFIC, 2012.

Disponível em: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/8229>.

SAKAI, Y.; KASHIWA, K.; KOUNO, H.; MATSUZAKI, M.; YAHIRO, M. Vector-type four-quark interaction and its impact on qcd phase structure. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 78, p. 076007, Oct 2008. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.78.076007>. Acessado em: 03 mar. 2022.

SAKAI, Y.; SASAKI, T.; KOUNO, H.; YAHIRO, M. Entanglement between deconfinement transition and chiral symmetry restoration. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 82, p. 076003, Oct 2010. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.82.076003>. Acessado em: 03 mar. 2022.

SAKATA, S. On a composite model for the new particles*. **Progress of Theoretical Physics**, v. 16, n. 6, p. 686–688, 12 1956. ISSN 0033-068X. Disponível em:

<https://doi.org/10.1143/PTP.16.686>. Acessado em: 18 out. 2022.

SAKURAI, J. J. **Advanced quantum mechanics**. [S.l.]: Pearson Education India, 1967.

SCHWINGER, J. On gauge invariance and vacuum polarization. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 82, p. 664–679, Jun 1951. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.82.664>. Acessado em: 24 jun. 2022.

SEROT, B. D.; WALECKA, J. D. The relativistic nuclear many body problem. **Adv. Nucl. Phys.**, v. 16, p. 1–327, 1986. Acessado em: 20 set. 2021.

SHIFMAN, M.; VAINSHTEIN, A.; ZAKHAROV, V. Qcd and resonance physics. theoretical foundations. **Nuclear Physics B**, v. 147, n. 5, p. 385–447, 1979. ISSN 0550-3213. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321379900221>. Acessado em: 18 jun. 2021.

SHURYAK, E. V. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter.

Physics Reports, v. 61, n. 2, p. 71–158, 1980. ISSN 0370-1573. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157380901052>. Acessado em: 07 jul. 2021.

SUN, T.-T.; ZHENG, Z.-Y.; CHEN, H.; BURGIO, G. F.; SCHULZE, H.-J. Equation of state and radial oscillations of neutron stars. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 103, p. 103003, May 2021. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.103.103003>. Acessado em: 10 out. 2022.

SUSSKIND, L. Lattice models of quark confinement at high temperature. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 20, p. 2610–2618, Nov 1979. Disponível em:

<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.20.2610>. Acessado em: 03 mar. 2022.

SVETITSKY, B.; YAFFE, L. G. Critical behavior at finite-temperature confinement transitions. **Nuclear Physics B**, v. 210, n. 4, p. 423–447, 1982. ISSN 0550-3213.

Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321382901729>. Acessado em: 03 mar. 2022.

- 't HOOFT, G. On the phase transition towards permanent quark confinement. **Nuclear Physics B**, v. 138, n. 1, p. 1–25, 1978. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321378901530>. Acessado em: 10 out. 2022.
- 't HOOFT, G. A property of electric and magnetic flux in non-abelian gauge theories. **Nuclear Physics B**, v. 153, p. 141–160, 1979. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321379905959>. Acessado em: 10 out. 2022.
- 't HOOFT, G. How instantons solve the $u(1)$ problem. **Physics Reports**, v. 142, n. 6, p. 357–387, 1986. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157386901171>. Acessado em: 15 jul. 2021.
- TAYLOR, R. E. Deep inelastic scattering: The early years. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 63, p. 573–595, Jul 1991. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.63.573>. Acessado em: 05 jul. 2021.
- THOMAS, A.; WEISE, W. Models of the nucleon. *In*: _____. **The Structure of the Nucleon**. John Wiley and Sons Ltd, 2001. p. 203–246. ISBN 9783527603145. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/352760314X.ch8>. Acessado em: 18 nov. 2022.
- THOMAS, A. W.; THÉBERGE, S.; MILLER, G. A. Cloudy bag model of the nucleon. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 24, p. 216–229, Jul 1981. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.24.216>. Acessado em: 18 jun. 2021.
- TOLMAN, R. C. Static solutions of einstein's field equations for spheres of fluid. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 55, p. 364–373, Feb 1939. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.364>. Acessado em: 10 out. 2022.
- VOGL, U.; WEISE, W. The nambu and jona-lasinio model: Its implications for hadrons and nuclei. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 27, p. 195–272, 1991. ISSN 0146-6410. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0146641091900059>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- VOLKOV, M. Meson lagrangians in a superconductor quark model. **Annals of Physics**, v. 157, n. 1, p. 282–303, 1984. ISSN 0003-4916. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491684900551>. Acessado em: 02 jan. 2022.
- WALECKA, J. A theory of highly condensed matter. **Annals of Physics**, v. 83, n. 2, p. 491–529, 1974. ISSN 0003-4916. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491674902085>. Acessado em: 24 jun. 2022.
- WEINBERG, S. **The Quantum Theory of Fields**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995.

WEISS, N. Wilson line in finite-temperature gauge theories. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 25, p. 2667–2672, May 1982. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.25.2667>. Acessado em: 03 mar. 2022.

WILSON, K. G. Confinement of quarks. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 10, p. 2445–2459, Oct 1974. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.2445>. Acessado em: 03 mar. 2022.

WITTEN, E. Baryons in the 1n expansion. **Nuclear Physics B**, v. 160, n. 1, p. 57–115, 1979. ISSN 0550-3213. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321379902323>. Acessado em: 18 jun. 2021.

WITTEN, E. Cosmic separation of phases. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 30, p. 272–285, Jul 1984. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.30.272>. Acessado em: 24 ago. 2022.

YASUTAKE, N.; BURGIO, G. F.; SCHULZE, H. J. Hadron-quark phase transitions in hyperon stars. **Physics of Atomic Nuclei**, v. 74, p. 1502, Out 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1134/S1063778811100073>. Acessado em: 14 set. 2022.

ZACHARIASEN, F. Self-consistent calculation of the mass and width of the $j = 1$, $t = 1$, $\pi\pi$ resonance. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 7, p. 112–113, Aug 1961. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.112>. Acessado em: 18 out. 2022.

ZWEIG, G. An $su(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. version 1. 1 1964. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.125.1067>. Acessado em: 01 jul. 2021.

ZWEIG, G. Origins of the quark model. *In: 4th International Conference on Baryon Resonances. Proceedings [...]. [S.l.: s.n.]*, 1980. Disponível em: https://authors.library.caltech.edu/18969/1/Origins_of_the_Quark_Model_Final_Zweig%5B1%5D.pdf. Acessado em: 10 out. 2022.

Apêndice A - Notações, convenções e definições

As convenções e notações utilizadas neste trabalho serão expostas neste apêndice. Utilizaremos neste trabalho o sistema unidades no qual $\hbar = c = 1$. Ainda, definimos que os índices gregos representam as componentes do espaço de Minkowski, podendo assumir os valores de $\mu, \nu = \{0, 1, 2, 3\}$. Já os índices latinos representam as componentes espaciais do vetor ordinário, sendo $i, j = \{1, 2, 3\}$.

Definimos os quadrivetores contravariante e covariante, respectivamente, como

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) , \quad (\text{A.1})$$

$$x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z) , \quad (\text{A.2})$$

onde a relação envolvendo os dois quadrivetores é dada por

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu , \quad (\text{A.3})$$

de modo que, ocorre uma soma sobre os índices repetidos, ou seja, quando $\mu = \nu$. Sendo, $g_{\mu\nu}$ o tensor métrico do espaço de Minkowski, definido por

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.4})$$

Definimos as derivadas covariantes e contravariantes a partir das seguintes relações

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_0, \partial_i) , \quad (\text{A.5})$$

$$\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\partial^0, \partial^i) , \quad (\text{A.6})$$

$$\partial_\mu \partial^\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = \square . \quad (\text{A.7})$$

Assim o produto escalar entre dois quadrivetores a e b quaisquer, torna-se

$$a \cdot b = a^\mu b_\mu, \quad (\text{A.8})$$

$$a \cdot b = g_{\mu\nu} a^\mu b_\nu, \quad (\text{A.9})$$

$$a \cdot b = a_0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \quad (\text{A.10})$$

Para uma partícula livre de massa M definimos a equação de Dirac como

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M)\psi(x, t) = \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t}, \quad (\text{A.11})$$

onde $\psi(x, t)$ é um quadrivetor (ou spinor de Dirac), e α e β sendo matrizes de traço nulo. Definimos, respectivamente, as matrizes α e β como

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

onde as componentes $\boldsymbol{\sigma}$ são as matrizes de Pauli 2×2 e I é a matriz identidade, respectivamente definidas como

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

A partir das relações de anticomutação das matrizes α e β , podemos definir as seguintes propriedades

$$\alpha^i \alpha^j + \alpha^j \alpha^i = \{\alpha^i, \alpha^j\} = 2g^{ij}, \quad (\text{A.16})$$

$$\beta \alpha^i + \alpha^i \beta = \{\beta, \alpha^i\} = 2\delta^{ij}, \quad (\text{A.17})$$

$$(\alpha^i)^2 = (\beta)^2 = 1. \quad (\text{A.18})$$

A forma covariante de equação de Dirac, dada por (A.11), é definida como

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - M)\psi(x, t) = 0, \quad (\text{A.19})$$

sendo

$$\gamma_\mu \partial^\mu = \gamma_0 \partial^0 + \gamma_i \partial^i, \quad (\text{A.20})$$

onde γ^μ são as matrizes de Dirac. Definimos as matrizes γ^μ a partir das matrizes α e β , dadas respectivamente pelas Equações (A.12) e (A.13), como

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^i), \quad (\text{A.21})$$

$$\gamma^0 = \beta, \quad (\text{A.22})$$

$$\gamma^i = \beta \alpha^i. \quad (\text{A.23})$$

Na representação de Dirac-Pauli as matrizes γ^0 e γ^i tornam-se

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.25})$$

Estas matrizes obedecem as seguinte relação de anticomutação

$$\gamma^\mu \gamma^\nu = \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.26})$$

desde que

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0, \quad (\text{A.27})$$

$$(\gamma^0)^2 = I, \quad (\text{A.28})$$

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0, \quad (\text{A.29})$$

$$\gamma^0 \gamma^k = -\gamma^k \gamma^0. \quad (\text{A.30})$$

Outra relação importante é a definição do spinor adjunto $\bar{\psi}$, definido por

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0. \quad (\text{A.31})$$

Um importante elemento é a matriz γ^5 , que construímos a partir das demais matrizes de Dirac, sendo definida pela notação

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3, \quad (\text{A.32})$$

seguindo as relações

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5, \quad (\text{A.33})$$

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\text{A.34})$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5 = 0. \quad (\text{A.35})$$

Na representação de Dirac-Pauli γ^5 é dada como

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

Outra notação importante é a notação *slash* de Feynman, definida através do uso das matrizes de Dirac (A.21)

$$\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu. \quad (\text{A.37})$$

Definimos as matrizes de Gell-Mann em SU(3) como

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

As matrizes λ_a são hermitianas, ou seja,

$$\lambda_a = \lambda_a^\dagger. \quad (\text{A.39})$$

Além disso, as matrizes de Gell-Mann respeitam as seguintes relações de traço e comutação, respectivamente,

$$\mathbf{tr} \{ \lambda_a \} = 0 \quad (\text{A.40})$$

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2i f_{abc} \lambda_c, \quad (\text{A.41})$$

onde a estrutura das constantes f_{abc} é

$$f_{abc} = -f_{bac} - f_{acb} . \quad (\text{A.42})$$

Apêndice B - Simetria quiral

Bem sabemos que as simetrias exercem um papel importante nas leis da física, assim sua existência por si só já é motivo para buscarmos entendê-las. Se existe uma simetria (ou uma invariância), então uma lei de conservação correspondente também existe. Pelo fato do espaço-tempo ser invariante à movimentos paralelos, a lei de conservação da energia e do momento foram criadas. Aproximadamente, a simetria dos quarks u e d leva a conservação do isospin, e assim vai. Analisando o que uma simetria significa, podemos pensar que em certos casos ter uma simetria se refere a uma situação em que temos diferentes estados equivalentes entre si com respeito às leis da física, ou seja, simetrias implicam que as leis da física são invariantes às operações de simetria que substituem um estado pelo outro. Entretanto, como podemos distinguir dois estados equivalente, por exemplo, distinguir os estados A e A' . Para isso é suficiente expressar as operações que modificam A e A' , sendo as quantidades usadas nesta expressões as quantidades conservadas (ou números quânticos). Se por conta de uma simetria existe um certo estado arbitrário A implica que qualquer estado equivalente obtido pelas operações da simetria deve ser possível. Existe ainda a possibilidade de um estado ser invariante frente as operações da simetria, isto é, dizemos que este estado forma um grupo¹.

A simetria quiral se refere a distinção entre partículas que são *left-hand* (levógiros) e *right-hand* (dextrógiros), nas quais estas carregam um valor para sua helicidade. Podemos verificar a simetria quiral partindo de um sistema constituído de férmions livres descritos pela densidade lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi . \quad (\text{B.1})$$

A partir de (B.1), chegamos na equação que deve ser verificada, a equação de Dirac, dada por

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0 . \quad (\text{B.2})$$

¹Assim como, por exemplo, os grupos SU(2), SU(3), U(1) e etc.

A solução para o spinor ψ é dada por

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k [a_{\vec{k}} u(\vec{k}) e^{-ik_\mu x^\mu} + b_{\vec{k}}^\dagger v(\vec{k}) e^{ik_\mu x^\mu}] . \quad (\text{B.3})$$

A Equação (B.3) quando substituída na equação de Dirac, (B.1), gera

$$(\gamma^\mu k_\mu - m)u(\vec{k}) = 0 \quad (\text{B.4})$$

e

$$(\gamma^\mu k_\mu + m)v(\vec{k}) = 0 . \quad (\text{B.5})$$

Para analisarmos o número de soluções possíveis das Equações (B.4) e (B.5), consideramos $\vec{k} = 0$. Nesse caso

$$\gamma^\mu k_\mu = \gamma^0 k_0 = \gamma^0 \sqrt{k^2 + m^2} = \gamma^0 m , \quad (\text{B.6})$$

consequentemente, a Equação (B.4) se torna

$$(\gamma^0 m - I_{2 \times 2} m)u(\vec{k} = 0) = 0 \quad (\text{B.7})$$

e sua forma matricial é

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (\text{B.8})$$

com duas soluções linearmente independentes dadas por

$$u_1(\vec{k} = 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad u_2(\vec{k} = 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (\text{B.9})$$

Da mesma forma, este procedimento leva a obtenção de duas soluções linearmente independentes para o spinor $v(\vec{k})$. De maneira geral, mesmo para o caso em que $\vec{k} \neq 0$, é necessário distinguir duas soluções para os spinores e e v . Uma maneira de realizar tal distinção é procurar um operador que comute com o hamiltoniano de Dirac, encontrado a partir da Equação (B.2), dado por

$$\hat{H}_D = -\gamma^0(\gamma^i \partial_i - m) , \quad (\text{B.10})$$

para assim determinar um novo número quântico. Tal operador é dado por

$$\hat{\Lambda} \equiv \vec{S} \cdot \frac{\vec{k}}{k} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \cdot \frac{\vec{k}}{k}, \quad (\text{B.11})$$

com $\vec{\sigma} = \sigma_x \hat{x} + \sigma_y \hat{y} + \sigma_z \hat{z}$. Os autovalores de (B.11), dados por $\pm 1/2$, são definidos como números quânticos da helicidade da partícula. A helicidade representa a projeção do spin de um férmion na direção de seu movimento. A Figura B.1 representa partículas cujas helicidades são positiva (a) e negativa (b). Ressaltamos que por definição a helicidade é

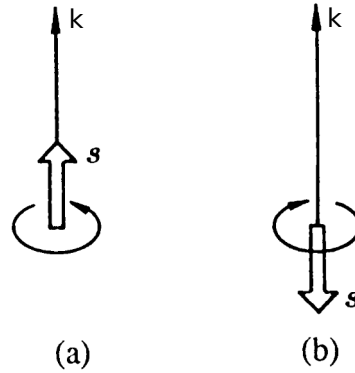


FIGURA B.1 – Partículas de helicidade positiva (a) e negativa (b). Sendo k a direção do movimento e s a projeção do spin.

uma grandeza que depende essencialmente do referencial adotado pelo observador. Por exemplo, um observador parado em relação à partícula representada na Figura B.1(a) mede o valor $1/2$ para sua helicidade e seu spin é *right-hand*. Agora, se o mesmo observador move-se com $k_{obs} > k$, temos que sua medida para a helicidade da partícula resulta no valor $-1/2$ e agora seu spin parece ser *left-hand*. Naturalmente, se o observador move-se com $k_{obs} = k$ conclui que a helicidade da partícula é nula. Conclui-se que um férmion de massa nula tem medida absoluta de sua helicidade, já que neste caso sua velocidade é igual à da luz. Consequência direta desta propriedade na equação de Dirac, dada no limite da massa fermiônica nula (limite quiral) por

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi = 0, \quad (\text{B.12})$$

e como o anticomutador $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$, ao multiplicarmos γ^5 pela esquerda da Equação (B.12) temos

$$i\gamma^5 \gamma^\mu \partial_\mu \psi = -i\partial_\mu \gamma^\mu \gamma^5 \psi = 0. \quad (\text{B.13})$$

Isto nos mostra que tanto ψ quanto $\gamma^5 \psi$ são soluções da Equação (B.12). Assim as

combinações lineares dadas por

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi \quad (\text{B.14})$$

e

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi, \quad (\text{B.15})$$

também são soluções da equação de Dirac no limite quiral ($m_{\text{férmion}} = 0$). Nesta notação ψ_L são os spinores levógiros (mão esquerda ou *left-handed*) e ψ_R são os spinores dextrógiros (mão direita ou *right-handed*) que estão associados a férmions de helicidade $-1/2$ e $1/2$, respectivamente. Seus adjuntos são escritos da seguinte forma

$$\bar{\psi}_L = \psi_L^\dagger \gamma^0 = \frac{1}{2}\psi^\dagger(1 - \gamma^5)\gamma^0 = \frac{1}{2}\bar{\psi}(1 + \gamma^5) \quad (\text{B.16})$$

e

$$\bar{\psi}_R = \psi_R^\dagger \gamma^0 = \frac{1}{2}\psi^\dagger(1 + \gamma^5)\gamma^0 = \frac{1}{2}\bar{\psi}(1 - \gamma^5). \quad (\text{B.17})$$

Podemos reescrever a densidade lagrangiana de Dirac, Equação (B.1), da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= i(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)\gamma^\mu \partial_\mu(\psi_L + \psi_R) - m(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\psi_L + \psi_R) \\ &= i\bar{\psi}_L\gamma^\mu \partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_L\gamma^\mu \partial_\mu\psi_R + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu \partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu \partial_\mu\psi_R \\ &\quad + m(\bar{\psi}_L\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_R\psi_R) \\ \mathcal{L}_D &= i\bar{\psi}_L\gamma^\mu \partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu \partial_\mu\psi_R + m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L), \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

onde usamos

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}_L\gamma^\mu \partial_\mu\psi_R &= \frac{i}{4}\bar{\psi}(1 + \gamma^5)\gamma^\mu \partial_\mu(1 + \gamma^5)\psi \\ &= \frac{i}{4}(\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi) \\ &= \frac{i}{4}(\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}_R\gamma^\mu \partial_\mu\psi_L &= \frac{i}{4}\bar{\psi}(1 - \gamma^5)\gamma^\mu \partial_\mu(1 - \gamma^5)\psi \\ &= \frac{i}{4}(\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi) \\ &= \frac{i}{4}(\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5 \partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_L \psi_L &= \frac{1}{4} \bar{\psi} (1 + \gamma^5) (1 - \gamma^5) \psi = \frac{1}{4} (\bar{\psi} \psi - \bar{\psi} \gamma^5 \psi + \bar{\psi} \gamma^5 \psi - \bar{\psi} \psi) \\ &= 0 ,\end{aligned}\tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_R \psi_R &= \frac{1}{4} \bar{\psi} (1 - \gamma^5) (1 + \gamma^5) \psi = \frac{1}{4} (\bar{\psi} \psi + \bar{\psi} \gamma^5 \psi - \bar{\psi} \gamma^5 \psi - \bar{\psi} \psi) \\ &= 0 ,\end{aligned}\tag{B.22}$$

juntamente com as propriedades $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ e $(\gamma^5)^2 = 1$.

Notamos, por (B.18), que é possível representar um férmion por seus respectivos campos de helicidade bem definida (ψ_L e ψ_R). Percebe-se também que tais campos são totalmente desacoplados entre si apenas no caso particular em que o férmion possui massa nula, uma vez que o termo de massa ($m_{\text{férmion}} \neq 0$) é responsável pela mistura entre ψ_L e ψ_R . Desse modo, diz-se que um sistema apresenta simetria quiral quando a densidade lagrangiana que o descreve é escrita de forma que os campos *left-handed* e *right-handed* estão totalmente desacoplados. Por outro lado, sistemas nos quais estes campos são misturados, tais como o descrito por (B.18), são ditos apresentarem quebra explícita da simetria quiral.

Equivalentemente podemos verificar a realização da simetria quiral em uma teoria qualquer através da análise da transformação global dada por

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\sigma \cdot \omega \gamma^5 / 2} \psi ,\tag{B.23}$$

sendo σ as matrizes de Pauli. Neste caso, a simetria quiral é realizada quando a densidade lagrangiana do sistema é invariante sob a transformação (B.23), o que continua não sendo o caso da Equação (B.18), devido ao termo massivo $m\bar{\psi}\psi$.

Como $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ é um termo que impede a realização da simetria quiral, é natural adotá-lo como um parâmetro de ordem da transição de fases onde a simetria quiral é quebrada/restaurada. Desse modo, temos a simetria quiral quebrada quando $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ e restaurada quando $\langle \bar{\psi}\psi \rangle = 0$. No caso específico da QCD por exemplo, tal parâmetro de ordem é considerado aproximado já que devido à massa não-nula dos quarks, a simetria quiral é explicitamente quebrada na densidade lagrangiana. A restauração é esperada ocorrer no regime de altas temperaturas ou densidades.

Vale ainda ressaltar a diferença entre a simetria ser violada de maneira espontânea ou explícita. Por definição, a quebra espontânea de simetria requer a existência de leis físicas (por exemplo, mecânica quântica) que são invariáveis sob uma transformação de simetria (como translação ou rotação), de modo que qualquer par de resultados que diferem apenas por essa transformação tenha a mesma distribuição de probabilidade. Por exemplo, se as medições de um observável em quaisquer duas posições diferentes têm a mesma distribuição de probabilidade, o observável tem simetria translacional. A quebra

espontânea da simetria ocorre quando essa relação é quebrada, enquanto as leis físicas subjacentes permanecem simétricas. Por outro lado, na quebra explícita da simetria, quando considerados dois resultados, as distribuições de probabilidade deste par de resultados podem ser diferentes. Por exemplo, em um campo elétrico, as forças em uma partícula carregada são diferentes em diferentes direções, então a simetria rotacional é explicitamente quebrada pelo campo elétrico que não tem essa simetria.

Apêndice C - Aproximação de campo médio

Neste apêndice mostraremos o cálculo usado para determinar certas quantidades do modelo NJL na aproximação de campo médio (MFA, do inglês *Mean Field-Approximation*).

A aproximação de campo médio nada mais é do que a aproximação de Hartree-Fock, que neste caso específico é equivalente a aproximação de Hartree (sem o termos de Fock). A aproximação de campo médio consiste em considerar um operador \mathcal{O} qualquer como o seu valor esperado mais um pequeno desvio em relação ao seu valor esperado (médio), de modo que

$$\mathcal{O} = \langle \mathcal{O} \rangle + \Delta \mathcal{O} , \quad (\text{C.1})$$

onde assumimos que o desvio no valor esperado é aproximadamente zero, ou seja, fazemos

$$\Delta \mathcal{O} \equiv \mathcal{O} - \langle \mathcal{O} \rangle \approx 0 . \quad (\text{C.2})$$

Podemos realizar o produto de dois operadores quaisquer, \mathcal{O}_1 e \mathcal{O}_2 , definidos por (C.1), assim

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 &= (\langle \mathcal{O}_1 \rangle + \Delta \mathcal{O}_1)(\langle \mathcal{O}_2 \rangle + \Delta \mathcal{O}_2) \\ &= \mathcal{O}_1 \langle \mathcal{O}_2 \rangle - \langle \mathcal{O}_1 \rangle \langle \mathcal{O}_2 \rangle + \mathcal{O}_2 \langle \mathcal{O}_1 \rangle + \Delta \mathcal{O}_1 \Delta \mathcal{O}_2 . \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Desprezamos o termo $\Delta \mathcal{O}_1 \Delta \mathcal{O}_2$, da ordem de $(\Delta \mathcal{O})^2$, que conseqüentemente é muito menor que $\Delta \mathcal{O}$. Assim obtemos o produto de dois operadores como

$$\mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \approx \mathcal{O}_1 \langle \mathcal{O}_2 \rangle + \mathcal{O}_2 \langle \mathcal{O}_1 \rangle - \langle \mathcal{O}_1 \rangle \langle \mathcal{O}_2 \rangle . \quad (\text{C.4})$$

Usando a Equação (C.4), podemos definir o produto de dois operadores para o caso particular em que $\mathcal{O}_1 = \mathcal{O}_2$, ou seja, para operadores idênticos, como

$$\mathcal{O}^2 \approx 2\mathcal{O} \langle \mathcal{O} \rangle - \langle \mathcal{O} \rangle^2 . \quad (\text{C.5})$$

Aplicando a Equação (C.5) às quantidades envolvendo os campos fermiônicas (ψ e $\bar{\psi}$) da densidade lagrangiana do modelo NJL com dois sabores, Equação (2.17), obtemos

$$\begin{aligned} (\bar{\psi}\psi)^2 &\approx 2\bar{\psi}\psi\langle\bar{\psi}\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\psi\rangle^2, \\ (\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi)^2 &\approx 2\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\langle\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\rangle^2, \\ (\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 &\approx 2\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\langle\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\rangle - \langle\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\rangle^2. \end{aligned}$$

Resultados mostrados nas Equações (2.18), (2.19) e (2.20). Para mais detalhes acerca da aproximação de campo médio (Hartree e Hartree-Fock) veja as referências (HATSUDA; KUNIHIRO, 1994; PIZA, 2009; KLEVANSKY, 1992; GOLDENFELD, 1992).

Apêndice D - Cálculo das densidades de quarks e do potencial químico do modelo NJL

Neste apêndice mostraremos a dedução da densidade vetorial (ρ), densidade escalar (ρ_s) e potencial químico (μ) generalizados para o modelo NJL. Partiremos da solução para a equação de Dirac, dada por

$$\psi = u(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t} , \quad (\text{D.1})$$

onde $u(\mathbf{k}, \lambda)$ é um spinor de Dirac, com vetor de onda dado por \mathbf{k} e λ representa os estados de spin da partícula. Utilizando as matrizes $\boldsymbol{\alpha}$ e β teremos

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M) u(\mathbf{k}, \lambda) = (\epsilon(k) - av_0) u(\mathbf{k}, \lambda) . \quad (\text{D.2})$$

Assim o condensado do campo vetorial v_0 ajusta a energia das soluções. Usando as propriedades das matrizes de Dirac encontramos

$$\epsilon(k) = \epsilon^\pm(k) = av_0 \pm (k^2 + M^2)^{1/2} \quad (\text{D.3})$$

$$= av_0 \pm E(k), \quad (\text{D.4})$$

onde os sinais positivo e negativo são correspondentes às partículas e antipartículas respectivamente, com

$$E(k) = (k^2 + M^2)^{1/2} . \quad (\text{D.5})$$

D.1 Densidade vetorial de quarks (ρ)

Resolvendo a equação (D.2), obtemos as seguintes soluções

$$(\alpha \cdot \mathbf{k} + \beta M) U(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k)^{(+)} - av_0] U(\mathbf{k}, \lambda) \quad (\text{D.6})$$

$$(\alpha \cdot \mathbf{k} + \beta M) U(\mathbf{k}, \lambda) = E(k)U(\mathbf{k}, \lambda) \quad (\text{D.7})$$

e

$$(\alpha \cdot \mathbf{k} + \beta M) V(\mathbf{k}, \lambda) = -[\epsilon(k)^{(-)} - av_0] V(\mathbf{k}, \lambda) \quad (\text{D.8})$$

$$(\alpha \cdot \mathbf{k} + \beta M) V(\mathbf{k}, \lambda) = E(k), V(\mathbf{k}, \lambda) \quad (\text{D.9})$$

onde $U(\mathbf{k}, \lambda)$ é solução para energias positivas e $V(\mathbf{k}, \lambda)$ é solução para energias negativas. Adotando um volume finito e condições de contorno periódicas, chegamos a uma nova normalização para os spinores, definidos agora como

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}, \lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} + B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t} \right] \quad (\text{D.10})$$

$$\psi^\dagger(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(+)}(k')t} + B_{\mathbf{k}', \lambda'} V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(-)}(k')t} \right]. \quad (\text{D.11})$$

Este tipo de normalização também é conhecida como segunda quantização (SAKURAI, 1967). Podemos agora encontrar a densidade do sistema através da operação $\psi(\mathbf{x}, t) \times \psi^\dagger(\mathbf{x}, t)$ entre os spinores de Dirac, sendo $\rho = \bar{\psi} \gamma_0 \psi = \psi^\dagger \psi$. Desse modo, teremos

$$\begin{aligned} \psi^\dagger(\mathbf{x}, t) \psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(+)}(k')t} \right. \\ &+ \left. B_{\mathbf{k}', \lambda'} V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(-)}(k')t} \right] \times \left[A_{\mathbf{k}, \lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} \right. \\ &+ \left. B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t} \right] \quad (\text{D.12}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x} + i[\epsilon^{(+)}(k) - \epsilon^{(+)}(k')]t} \right. \\ &+ A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x} + i[\epsilon^{(+)}(k) - \epsilon^{(-)}(k')]t} \\ &+ B_{\mathbf{k}, \lambda} A_{\mathbf{k}, \lambda} V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x} + i[\epsilon^{(-)}(k) - \epsilon^{(+)}(k')]t} \\ &+ \left. B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') V(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}'-\mathbf{k}) \cdot \mathbf{x} + i[\epsilon^{(-)}(k) - \epsilon^{(-)}(k')]t} \right]. \quad (\text{D.13}) \end{aligned}$$

Como os operadores A (ou B) e U (ou V) atuam em espaços diferentes, os operadores U (ou V) não atuam nos operadores A (ou B) e vice-versa. Assim, temos que

$$|\psi\rangle = A_{k\lambda}U|0\rangle + B_{k\lambda}V|0\rangle \quad (\text{D.14})$$

$$|\psi\rangle = A_{k\lambda}|U\rangle + B_{k\lambda}|V\rangle \quad (\text{D.15})$$

e ainda,

$$|\psi\rangle = \langle 0|\psi(\mathbf{x}, t)|A_{k\lambda}\phi_0\rangle, \quad (\text{D.16})$$

$$\phi_0 = U(\mathbf{k}, \lambda)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t}. \quad (\text{D.17})$$

Pelas relações de ortonormalização temos

$$\frac{1}{V} \int_V d^3x e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (\text{D.18})$$

$$U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda')U(\mathbf{k}, \lambda) = V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda')V(\mathbf{k}, \lambda) = \delta_{\lambda'\lambda}. \quad (\text{D.19})$$

Usando a relação de ortogonalidade entre os operadores $U(\mathbf{k}, \lambda)$ e $V(\mathbf{k}, \lambda)$, obtemos

$$U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda')V(\mathbf{k}, \lambda) = V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda')U(\mathbf{k}, \lambda) = 0. \quad (\text{D.20})$$

Aplicando as relações (D.19) e (D.20) na Equação (D.13) teremos

$$\psi^\dagger(\mathbf{x}, t)\psi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} + B_{\mathbf{k}', \lambda'} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \right], \quad (\text{D.21})$$

sendo o operador número dado por

$$\hat{B} = \int_V d^3x \psi^\dagger(\mathbf{x}, t)\psi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} + B_{\mathbf{k}', \lambda'} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \right]. \quad (\text{D.22})$$

Usando as seguintes relações de anticomutação, dadas por

$$\{A_{\mathbf{k}, \lambda}, A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger\} = \{B_{\mathbf{k}, \lambda}, B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger\} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'}, \quad (\text{D.23})$$

$$\{A_{\mathbf{k}, \lambda}, B_{\mathbf{k}, \lambda}\} = \{A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger, B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger\} = 0, \quad (\text{D.24})$$

podemos reescrevermos o operador \hat{B} como

$$\begin{aligned} \hat{B} &= \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} - B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}', \lambda}^\dagger - B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}, \lambda} + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger + B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger B_{\mathbf{k}, \lambda} + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \right] \\ &= \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} - B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}, \lambda} \right] + \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}}\delta_{\lambda\lambda}, \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

onde o último termo da Equação (D.25), na teoria do buraco de Dirac (em inglês, *Dirac's role theory*), representa a soma sobre todos os estados de energia negativa ocupados no “mar de Dirac” (do inglês, *Dirac sea*), sendo uma constante independente da dinâmica, desde que todas as medições sejam realizadas em relação ao vácuo. O observável do operador número é definido pela subtração do valor esperado de \hat{B} no vácuo. Podemos definir o operador número e construir a hamiltoniana do sistema, de modo que

$$\hat{B} = \int_V d^3x [\psi^\dagger \psi - \langle 0 | \psi^\dagger \psi | 0 \rangle] = \sum_{\mathbf{k}\lambda} [A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda} - B_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k},\lambda}] , \quad (\text{D.26})$$

onde $|0\rangle$ é o vácuo não interagente no limite $k_f \rightarrow 0$. Definimos o vácuo interagente como

$$A_{\mathbf{k},\lambda}|0\rangle = B_{\mathbf{k},\lambda}|0\rangle = 0 \quad , \forall k . \quad (\text{D.27})$$

Calcularmos o operador \hat{B} , subtraindo o seu valor esperado no vácuo, definimos o operador \hat{B} físico como

$$\hat{B} = \int_V d^3x [\psi^\dagger \psi - \langle 0 | \hat{B} | 0 \rangle] = \sum_{\mathbf{k}\lambda} [A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda} - B_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k},\lambda}] . \quad (\text{D.28})$$

Utilizando a relação entre a densidade vetorial e o operador número teremos

$$\rho = \frac{\hat{B}}{V} , \quad (\text{D.29})$$

$$= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}\lambda} [A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda} - B_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k},\lambda}] . \quad (\text{D.30})$$

Definimos o limite para um volume infinitamente grande como

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k . \quad (\text{D.31})$$

Substituindo (D.31) na Equação (D.30) teremos

$$\rho = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d^3k [A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda} - B_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k},\lambda}] , \quad (\text{D.32})$$

lembrando que na aproximação do campo médio a densidade vetorial passa a ser dada como $\rho = \langle \bar{\psi} \gamma_0 \psi \rangle = \langle \psi^\dagger \psi \rangle$, supondo que a matéria seja uniforme, estática e esteja em seu estado fundamental, conhecido como estado de Fermi. Desse modo, aplicamos os operadores de Fermi ($|F\rangle$), assim a Equação (D.32) torna-se

$$\rho = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d^3k [\langle F | A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda} | F \rangle - \langle F | B_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k},\lambda} | F \rangle] . \quad (\text{D.33})$$

Sendo que, os operadores de Fermi atuam da seguinte maneira

$$A_{\mathbf{k},\lambda}|F\rangle = 0, \quad |k| > k_F, \quad (\text{D.34})$$

$$A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger|F\rangle = 0, \quad |k| < k_F, \quad (\text{D.35})$$

$$B_{\mathbf{k},\lambda}|F\rangle = 0, \quad \forall k, \quad (\text{D.36})$$

$$A_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k},\lambda}|F\rangle = |F\rangle, \quad |k| < k_F. \quad (\text{D.37})$$

Assim, as antipartículas são descartadas de nosso sistema, uma vez que estamos no regime de $T = 0$. Deste modo a densidade vetorial torna-se

$$\rho = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int_0^{k_F} d^3k, \quad (\text{D.38})$$

onde a somatória em λ se torna nosso fator de degenerescências γ . De modo que,

$$\rho = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k. \quad (\text{D.39})$$

Integrando a Equação (D.39),

$$\rho = \frac{\gamma}{8\pi^3} \int_0^{k_F} 4\pi k^2 dk \quad (\text{D.40})$$

$$= \frac{\gamma}{8\pi^3} \frac{4}{3} \pi k_F^3 \quad (\text{D.41})$$

$$= \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3. \quad (\text{D.42})$$

Assim, chegamos a equação para a densidade vetorial dos quarks, dada por (D.42), onde esta mostra a relação direta entre a ρ e o momento de fermi k_F .

D.2 Densidade escalar de quarks (ρ_s)

A densidade escalar é outra grandeza muito importante em nosso trabalho. Definida como $\rho_s = \psi^\dagger \gamma_0 \psi = \bar{\psi} \psi$. Assim temos que

$$\begin{aligned} \psi^\dagger(\mathbf{x}, t) \gamma_0 \psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} [A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(+)}(k)t} \\ &+ B_{\mathbf{k}', \lambda'} V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} + i\epsilon^{(-)}(k)t}] \times \gamma_0 [A_{\mathbf{k}, \lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} \\ &+ B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t}] \end{aligned} \quad (\text{D.43})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot x + i[\epsilon^{(+)}(k) - \epsilon^{(+)}(k')]t} \right. \\
 &+ A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot x + i[\epsilon^{(+)}(k) - \epsilon^{(-)}(k')]t} \\
 &+ B_{\mathbf{k}, \lambda} A_{\mathbf{k}, \lambda} V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot x + i[\epsilon^{(-)}(k) - \epsilon^{(+)}(k')]t} \\
 &\left. + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}'-\mathbf{k}) \cdot x + i[\epsilon^{(-)}(k) - \epsilon^{(-)}(k')]t} \right] \quad (D.44)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot x} \right. \\
 &+ A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot x} \\
 &+ B_{\mathbf{k}, \lambda} A_{\mathbf{k}, \lambda} V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot x} \\
 &\left. + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) e^{+i(\mathbf{k}'-\mathbf{k}) \cdot x} \right]. \quad (D.45)
 \end{aligned}$$

Diferentemente do cálculo da densidade vetorial de quarks, aqui não poderemos aplicar as condições (D.19) e (D.20) para eliminarmos facilmente os spinores $U(\mathbf{k}, \lambda)$ e $V(\mathbf{k}, \lambda)$. Deste modo, precisamos realizar este cálculo de forma explícita, escrevemos a partir da solução da Equação (D.2) os spinores $U(\mathbf{k}, \lambda)$ e $V(\mathbf{k}, \lambda)$ e seus respectivos conjugados, como

$$U(\mathbf{k}, \lambda) = \sqrt{\frac{E^* + M}{2E^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k}{E^* + M} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (D.46)$$

$$U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) = \sqrt{\frac{E^* + M}{2E^*}} \left(1 \ 0 \ \frac{k}{E^* + M} \ 0 \right), \quad (D.47)$$

$$V(\mathbf{k}, \lambda) = \sqrt{\frac{E^* + M}{2E^*}} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^* + M} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (D.48)$$

$$V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) = \sqrt{\frac{E^* + M}{2E^*}} \left(\frac{-k}{E^* + M} \ 0 \ 1 \ 0 \right). \quad (D.49)$$

Utilizando a definição da matriz γ_0 , dada pela expressão (A.24) do Apêndice A, podemos realizar os cálculos para a densidade escalar de quarks,

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (D.50)$$

Para facilitar a visualização dos cálculos iremos realizar separadamente os produtos da Equação (D.45). O para o primeiro desta expressão torna-se

$$\begin{aligned}
 U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda)\gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) &= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{k}{E^*+M} & 0 \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k}{E^*+M} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.51)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{k}{E^*+M} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{-k}{E^*+M} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.52)$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(1 - \frac{k^2}{(E^* + M)^2} \right) \quad (D.53)$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(\frac{(E^* + M)^2 - k^2}{(E^* + M)^2} \right) \quad (D.54)$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{E^{*2} + M^2 + 2E^*M - k^2}{E^* + M} \right) . \quad (D.55)$$

Podemos realizar a seguinte substituição

$$k^2 = E^{*2} - M^2 , \quad (D.56)$$

assim a expressão (D.55) torna-se

$$U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda)\gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{1}{2E^*} \left(\frac{E^{*2} + M^2 + 2E^*M - E^{*2} + M^2}{E^* + M} \right) \quad (D.57)$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{2M^2 + 2E^*M}{E^* + M} \right) \quad (D.58)$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{2M(E^* + M)}{E^* + M} \right) \quad (D.59)$$

$$= \frac{M}{E^*} . \quad (D.60)$$

Substituindo a Equação (D.5) em (D.60), temos que

$$U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda)\gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} . \quad (D.61)$$

Agora, para o segundo termo da Equação (D.45), temos que

$$\begin{aligned}
 U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) &= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{k}{E^* + M} & 0 \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^* + M} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.62)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{k}{E^* + M} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^* + M} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.63)$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(-\frac{k}{E^* + M} - \frac{k}{E^* + M} \right) \quad (D.64)$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(\frac{-2k}{E^* + M} \right) \quad (D.65)$$

$$= \frac{-k}{E^*} . \quad (D.66)$$

Utilizando a expressão (D.5) em (D.66) teremos

$$U^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} . \quad (D.67)$$

Para o terceiro termo de (D.45) teremos que

$$\begin{aligned}
 V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) &= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^* + M} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k}{E^* + M} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.68)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^*+M} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{-k}{E^*+M} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(-\frac{k}{E^* + M} - \frac{k}{E^* + M} \right) \tag{D.69}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(\frac{-2k}{E^* + M} \right) \tag{D.70}$$

$$= \frac{-k}{E^*} . \tag{D.71}$$

Usando novamente a relação (D.5), a Equação (D.71) se torna

$$V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 U(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} . \tag{D.72}$$

Agora o último termo de (D.45) é dado por

$$\begin{aligned}
 V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) &= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^*+M} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^*+M} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{D.73}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^*+M} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-k}{E^*+M} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{D.74}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(\frac{k^2}{(E^* + M)^2} - 1 \right) \tag{D.75}$$

$$= \frac{E^* + M}{2E^*} \left(\frac{k^2 - (E^* + M)^2}{(E^* + M)^2} \right) \tag{D.76}$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{k^2 - (E^{*2} + M^2 + 2E^*M)}{E^* + M} \right) \tag{D.77}$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{k^2 - E^{*2} - M^2 - 2E^*M}{E^* + M} \right) . \tag{D.78}$$

Usando a expressão (D.56) em (D.78) teremos

$$V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{1}{2E^*} \left(\frac{E^{*2} - M^2 - E^{*2} - M^2 - 2E^*M}{E^* + M} \right) \quad (\text{D.79})$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{-2M^2 - 2E^*M}{E^* + M} \right) \quad (\text{D.80})$$

$$= \frac{1}{2E^*} \left(\frac{-2M(E^* + M)}{E^* + M} \right) \quad (\text{D.81})$$

$$= \frac{-2M}{2E^*} \quad (\text{D.82})$$

$$= \frac{-M}{E^*}. \quad (\text{D.83})$$

E usando por ultimo a expressão (D.5), encontramos

$$V^\dagger(\mathbf{k}', \lambda') \gamma_0 V(\mathbf{k}, \lambda) = \frac{-M}{\sqrt{k^2 + M^2}}. \quad (\text{D.84})$$

Agora voltamos os resultados encontrados em (D.61), (D.67), (D.72) e (D.84) na Equação (D.45) e obtemos

$$\begin{aligned} \psi^\dagger(\mathbf{x}, t) \gamma_0 \psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sum_{\mathbf{k}', \lambda'} \left[A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) e^{+i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \right. \\ &+ A_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \\ &+ B_{\mathbf{k}, \lambda} A_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) e^{+i(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \\ &\left. + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger \left(\frac{-M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) e^{+i(\mathbf{k}'-\mathbf{k}) \cdot \mathbf{x}} \right]. \quad (\text{D.85}) \end{aligned}$$

Utilizando a relação de ortonormalidade dada por (D.19), constatamos que

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[A_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) + A_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right. \\ &\left. + B_{\mathbf{k}, \lambda} A_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) + B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \left(\frac{-M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right]. \quad (\text{D.86}) \end{aligned}$$

De modo similar ao feito para a densidade vetorial de quarks, podemos mudar $B_{\mathbf{k}, \lambda} B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger$ por $-B_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}, \lambda}$. Aplicando o limite para um volume infinitamente grande, Equação (D.31),

teremos

$$\begin{aligned} \rho_s = & \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d^3k \left[A_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} A_{\mathbf{k},\lambda} \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) + A_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} B_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right. \\ & \left. + B_{\mathbf{k},\lambda} A_{\mathbf{k},\lambda} \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) + \left(-B_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} B_{\mathbf{k},\lambda} + \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}} \delta_{\lambda\lambda} \right) \left(\frac{-M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.87})$$

Utilizando a aproximação do campo médio para obter $\rho_s = \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ e aplicando a Equação (D.87) em um estado de Fermi, além de utilizarmos as relações (D.34), (D.35), (D.36) e (D.37), obtemos

$$\begin{aligned} \rho_s = & \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d^3k \left[\langle F | A_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} A_{\mathbf{k},\lambda} | F \rangle \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right. \\ & + \langle F | A_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} B_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} | F \rangle \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) + \langle F | B_{\mathbf{k},\lambda} A_{\mathbf{k},\lambda} | F \rangle \left(\frac{-k}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \\ & \left. + \langle F | B_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} B_{\mathbf{k},\lambda} | F \rangle \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) - \langle F | F \rangle \delta_{\lambda\lambda} \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.88})$$

Utilizamos um *cutoff* (Λ) para regularizar termo do “mar de Dirac”, obtemos que

$$\rho_s = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int_0^{k_F} d^3k \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) - \int_0^{\Lambda} d^3k \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \quad (\text{D.89})$$

$$= -\frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int_{k_F}^{\Lambda} d^3k \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right). \quad (\text{D.90})$$

Novamente a somatória em λ se transforma no fator de degenerescência (γ). Considerando uma simetria esférica podemos obter

$$\rho_s = -\frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{k_F}^{\Lambda} d^3k \left(\frac{M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \quad (\text{D.91})$$

$$= -\frac{\gamma}{8\pi^3} \int_{k_F}^{\Lambda} dk \left(\frac{4\pi k^2 M}{\sqrt{k^2 + M^2}} \right) \quad (\text{D.92})$$

$$= -\frac{\gamma M}{2\pi^2} \int_{k_F}^{\Lambda} dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^2}}. \quad (\text{D.93})$$

Resolvendo a integral indefinida teremos

$$\int dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^2}} = \frac{1}{2} k \sqrt{k^2 + M^2} - \frac{1}{2} M^2 \ln \left(k + \sqrt{k^2 + M^2} \right). \quad (\text{D.94})$$

Definindo os limites da integral teremos que

$$\int_{k_F}^{\Lambda} dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^2}} = \frac{1}{2} \Lambda \sqrt{\Lambda^2 + M^2} - \frac{1}{2} M^2 \ln \left[\frac{\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + M^2}}{M} \right] - \frac{1}{2} k_F \sqrt{k_F^2 + M^2} + \frac{1}{2} M^2 \ln \left[\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^2}}{M} \right]. \quad (\text{D.95})$$

Substituindo a expressão (D.95) em (D.93), encontramos a expressão final para a densidade escalar dos quarks, dada por

$$\rho_s = -\frac{\gamma M}{2\pi^2} \left\{ \frac{1}{2} \Lambda \sqrt{\Lambda^2 + M^2} - \frac{1}{2} M^2 \ln \left[\frac{\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + M^2}}{M} \right] - \frac{1}{2} k_F \sqrt{k_F^2 + M^2} + \frac{1}{2} M^2 \ln \left[\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^2}}{M} \right] \right\} \quad (\text{D.96})$$

$$= -\frac{\gamma M}{4\pi^2} \left\{ \Lambda \sqrt{\Lambda^2 + M^2} - M^2 \ln \left[\frac{\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + M^2}}{M} \right] - k_F \sqrt{k_F^2 + M^2} + M^2 \ln \left[\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^2}}{M} \right] \right\}. \quad (\text{D.97})$$

D.3 Potencial químico dos quarks (μ)

Podemos calcular o potencial químico dos quarks a partir da densidade de energia (2.48), sendo dada por

$$\mu = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho}. \quad (\text{D.98})$$

Reescrever a expressão para μ como

$$\mu = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k_F} \frac{\partial k_F}{\partial \rho}, \quad (\text{D.99})$$

onde ρ e k_F são definidos como

$$\rho = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3, \quad (\text{D.100})$$

$$k_F = \left(\frac{6\pi^2 \rho}{\gamma} \right)^{1/3}. \quad (\text{D.101})$$

Assim, realizamos as derivadas parciais de (D.99). Primeiramente resolveremos a

derivada em relação a ρ , obtendo

$$\frac{\partial k_F}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{6\pi^2 \rho}{\gamma} \right)^{1/3} \quad (\text{D.102})$$

$$= \frac{2\pi^2}{\gamma k_F^2} . \quad (\text{D.103})$$

Agora a derivada da energia em relação a k_F , obtendo

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k_F} &= \frac{\partial}{\partial k_F} \left[G_s \rho_s^2 + G_V \rho^2 + \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} \right] . \end{aligned} \quad (\text{D.104})$$

Derivando termo a termo, teremos

$$\frac{\partial}{\partial k_F} [G_s \rho_s^2] = 0 . \quad (\text{D.105})$$

$$(\text{D.106})$$

O segundo escrevemos utilizando a expressão (D.100), de modo que a derivada é dada por

$$\frac{\partial}{\partial k_F} [G_V \rho^2] = G_V \frac{\partial}{\partial k_F} \left[\frac{\gamma k_F^3}{6\pi^2} \right]^2 \quad (\text{D.107})$$

$$= 2G_V \left(\frac{\gamma k_F^3}{6\pi^2} \right) \left(\frac{3\gamma k_F^2}{6\pi^2} \right) \quad (\text{D.108})$$

$$= G_V \rho \left(\frac{\gamma k_F^2}{\pi^2} \right) . \quad (\text{D.109})$$

Para o realizarmos a derivada do terceiro termo, primeiramente devemos resolver a integral, onde esta equivale a

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ (2k_F^3 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} , \end{aligned} \quad (\text{D.110})$$

sendo

$$\frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{\partial}{\partial k_F} \int_0^{k_F} dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \frac{\partial}{\partial k_F} \left\{ (2k_F^3 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} - M^4 \ln \left[\frac{k_F + (k_F^2 + M^2)^{1/2}}{M} \right] \right\} \quad (\text{D.111})$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ (6k_F^2 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} + \frac{1}{2} (2k_F^2 + k_F M^2)(k_F^2 + M^2)^{1/2} 2k_F - M^4 \frac{M}{(k_F^2 + M^2)^{1/2} + k_F} \right\} \quad (\text{D.112})$$

$$\times \left[\frac{(k_F^2 + M^2)^{1/2} + k_F}{M(k_F^2 + M^2)^{1/2}} \right] \quad (\text{D.113})$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{1}{8} \left\{ \frac{8k_F^2(k_F^2 + M^2)}{(k_F^2 + M^2)^{1/2}} \right\} \quad (\text{D.114})$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi^2} k_F^2 (k_F^2 + M^2)^{1/2} . \quad (\text{D.115})$$

Para o termo do “mar de Dirac” a derivada em relação a k_F é dada por

$$\frac{\gamma}{2\pi^2} \frac{\partial}{\partial k_F} \int_0^\Lambda dk k^2 (k^2 + M^2)^{1/2} = 0 . \quad (\text{D.116})$$

Agora só nos resta retornar as soluções das derivadas da Equação(D.104), juntamente com o termo (D.103), para obtermos a expressão para o potencial químico, Equação (D.99). Assim, encontramos a expressão para o potencial químico μ , dada por

$$\mu = \left[G_V \rho \left(\frac{\gamma k_F^2}{\pi^2} \right) + \frac{\gamma k_F^2}{2\pi^2} (k_F^2 + M^2)^{1/2} \right] \left(\frac{2\pi^2}{\gamma k_F^2} \right) \quad (\text{D.117})$$

$$= 2G_V \rho + (k_F^2 + M^2)^{1/2} . \quad (\text{D.118})$$

Apêndice E - Aproximação de campo médio para a densidade lagrangiana da mistura de sabores

Neste apêndice mostraremos o calculo da densidade lagrangiana \mathcal{L}_{mix} na na aproximação de campo médio.

Partimos da expressão para a densidade lagrangiana da mistura de sabores em SU(3), dada por

$$\mathcal{L}_{mix} = K \sum_f [\det_f (\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f) + \det_f (\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f)] , \quad (\text{E.1})$$

onde definimos os spinores dos quarks como

$$\psi_f = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{\psi}_f = \left(\bar{u} \quad \bar{d} \quad \bar{s} \right) , \quad (\text{E.2})$$

com γ_5 definido pela Equação (A.36) como

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} .$$

Escrevermos o termo $\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f$ como

$$\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f = \left(\bar{u} \quad \bar{d} \quad \bar{s} \right) \begin{pmatrix} (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) \\ (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) \\ (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) & (1 - \gamma_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (\text{E.3})$$

$$= \begin{pmatrix} \bar{u}(1 - \gamma_5)u & \bar{u}(1 - \gamma_5)d & \bar{u}(1 - \gamma_5)s \\ \bar{d}(1 - \gamma_5)u & \bar{d}(1 - \gamma_5)d & \bar{d}(1 - \gamma_5)s \\ \bar{s}(1 - \gamma_5)u & \bar{s}(1 - \gamma_5)d & \bar{s}(1 - \gamma_5)s \end{pmatrix} . \quad (\text{E.4})$$

Calculando o determinante em relação a f de (E.4), teremos

$$\begin{aligned}
 \det_f [\bar{\psi}_f(1 - \gamma_5)\psi_f] &= \bar{u}(1 - \gamma_5)u\bar{d}(1 - \gamma_5)d\bar{s}(1 - \gamma_5)s \\
 &+ \bar{u}(1 - \gamma_5)d\bar{d}(1 - \gamma_5)s\bar{s}(1 - \gamma_5)u \\
 &+ \bar{u}(1 - \gamma_5)s\bar{d}(1 - \gamma_5)u\bar{s}(1 - \gamma_5)d \\
 &- \bar{u}(1 - \gamma_5)s\bar{d}(1 - \gamma_5)d\bar{s}(1 - \gamma_5)u \\
 &- \bar{u}(1 - \gamma_5)u\bar{d}(1 - \gamma_5)s\bar{s}(1 - \gamma_5)d \\
 &- \bar{u}(1 - \gamma_5)d\bar{d}(1 - \gamma_5)u\bar{s}(1 - \gamma_5)s .
 \end{aligned} \tag{E.5}$$

Agora realizamos os mesmos procedimentos para o termo $\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f$. Primeiro escrevemos

$$\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{d} & \bar{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) \\ (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) \\ (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) & (1 + \gamma_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \tag{E.6}$$

$$= \begin{pmatrix} \bar{u}(1 + \gamma_5)u & \bar{u}(1 + \gamma_5)d & \bar{u}(1 + \gamma_5)s \\ \bar{d}(1 + \gamma_5)u & \bar{d}(1 + \gamma_5)d & \bar{d}(1 + \gamma_5)s \\ \bar{s}(1 + \gamma_5)u & \bar{s}(1 + \gamma_5)d & \bar{s}(1 + \gamma_5)s \end{pmatrix} . \tag{E.7}$$

E calculando o determinante em relação a f para o termo (E.7), teremos

$$\begin{aligned}
 \det_f [\bar{\psi}_f(1 + \gamma_5)\psi_f] &= \bar{u}(1 + \gamma_5)u\bar{d}(1 + \gamma_5)d\bar{s}(1 + \gamma_5)s \\
 &+ \bar{u}(1 + \gamma_5)d\bar{d}(1 + \gamma_5)s\bar{s}(1 + \gamma_5)u \\
 &+ \bar{u}(1 + \gamma_5)s\bar{d}(1 + \gamma_5)u\bar{s}(1 + \gamma_5)d \\
 &- \bar{u}(1 + \gamma_5)s\bar{d}(1 + \gamma_5)d\bar{s}(1 + \gamma_5)u \\
 &- \bar{u}(1 + \gamma_5)u\bar{d}(1 + \gamma_5)s\bar{s}(1 + \gamma_5)d \\
 &- \bar{u}(1 + \gamma_5)d\bar{d}(1 + \gamma_5)u\bar{s}(1 + \gamma_5)s .
 \end{aligned} \tag{E.8}$$

Aos somarmos as Equações (E.5) e (E.8), os termos multiplicados por $-\gamma_5$ e $+\gamma_5$ se anulam. Retornando este resultado para a Equação (E.1), temos que

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{mix}} &= K [\bar{u}u\bar{d}d\bar{s}s + \bar{u}d\bar{d}s\bar{s}u + \bar{u}s\bar{d}u\bar{s}d - \bar{u}s\bar{d}d\bar{s}u - \bar{u}u\bar{d}s\bar{s}d - \bar{u}d\bar{d}u\bar{s}s + \bar{u}u\bar{d}d\bar{s}s \\
 &+ \bar{u}d\bar{d}s\bar{s}u + \bar{u}s\bar{d}u\bar{s}d - \bar{u}s\bar{d}d\bar{s}u - \bar{u}u\bar{d}s\bar{s}d - \bar{u}d\bar{d}u\bar{s}s] \\
 \mathcal{L}_{\text{mix}} &= K [2\bar{u}u\bar{d}d\bar{s}s + 2\bar{u}d\bar{d}s\bar{s}u + 2\bar{u}s\bar{d}u\bar{s}d - 2\bar{u}s\bar{d}d\bar{s}u - 2\bar{u}u\bar{d}s\bar{s}d - 2\bar{u}d\bar{d}u\bar{s}s] .
 \end{aligned} \tag{E.9}$$

Por conta da assimetria da ortogonalidade dos spinors ψ_f todos os termos cruzados podem ser desprezados, isto é,

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = K [2\bar{u}u\bar{d}d\bar{s}s] . \tag{E.10}$$

Escrevendo um operador qualquer como a soma entre seu valor esperado e um pequeno desvio¹, ou seja, $\mathcal{O} = \langle \mathcal{O} \rangle + \Delta \mathcal{O}$, com $\Delta \mathcal{O} \equiv \mathcal{O} - \langle \mathcal{O} \rangle$. Definimos para cada $\bar{\psi}_f \psi_f$ da Equação (E.10)

$$\bar{u}u = \langle \bar{u}u \rangle + \Delta(\bar{u}u) , \quad (\text{E.11})$$

$$\bar{d}d = \langle \bar{d}d \rangle + \Delta(\bar{d}d) , \quad (\text{E.12})$$

$$\bar{s}s = \langle \bar{s}s \rangle + \Delta(\bar{s}s) , \quad (\text{E.13})$$

$$(\text{E.14})$$

com $\Delta(\bar{u}u) \equiv \Delta(\bar{d}d) \equiv \Delta(\bar{s}s) \approx 0$. Assim a Equação (E.10) se torna

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = 2K [(\langle \bar{u}u \rangle + \Delta(\bar{u}u)) (\langle \bar{d}d \rangle + \Delta(\bar{d}d)) (\langle \bar{s}s \rangle + \Delta(\bar{s}s))] \quad (\text{E.15})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mix}} &= 2K [\langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \Delta(\bar{s}s) + \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{s}s \rangle \Delta(\bar{d}d) \\ &+ \langle \bar{u}u \rangle \Delta(\bar{d}d) \Delta(\bar{s}s) + \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle \Delta(\bar{u}u) + \langle \bar{d}d \rangle \Delta(\bar{u}u) \Delta(\bar{s}s) + \langle \bar{s}s \rangle \Delta(\bar{u}u) \Delta(\bar{d}d) \\ &+ \Delta(\bar{u}u) \Delta(\bar{d}d) \Delta(\bar{s}s)] . \end{aligned} \quad (\text{E.16})$$

Desprezamos todos os termos da ordem de $(\Delta \mathcal{O})^2$. Expandimos $\Delta \mathcal{O} \equiv \mathcal{O} - \langle \mathcal{O} \rangle$, de modo que temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mix}} &= 2K [\langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \Delta(\bar{s}s) + \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{s}s \rangle \Delta(\bar{d}d) + \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle \Delta(\bar{u}u)] \\ \mathcal{L}_{\text{mix}} &= 2K [-2\langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + \bar{u}u \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + \bar{d}d \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{s}s \rangle + \bar{s}s \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle] \\ \mathcal{L}_{\text{mix}} &= -4K \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + 2K \bar{u}u \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle + 2K \bar{d}d \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{s}s \rangle + 2K \bar{s}s \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle \end{aligned} \quad (\text{E.17})$$

reescrevemos \mathcal{L}_{mix} na aproximação do campo médio como

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = -4K \prod_f \rho_{sf} + 2K \prod_{f \neq f'} \rho_{sf'} , \quad (\text{E.18})$$

sendo $\rho_{sf} = \langle \bar{\psi}_f \psi_f \rangle$ a densidade escalar para o quark f (u, d, s).

¹Assim como considerado no cálculo da aproximação do campo médio realizada no Apêndice C.

Apêndice F - Matéria simétrica de quarks

Neste anexo mostraremos como alcançamos o regime chamado de matéria simétrica de quarks utilizado nos modelos NJL e PNJL0 em suas versões de três sabores.

Partimos da relação de Euler da termodinâmica no regime de temperatura nula, dada por

$$E + PV = \mu N , \quad (\text{F.1})$$

no qual relaciona a energia (E), pressão (P) e volume (V) com o potencial químico (μ) e o número de partículas (N). Podemos reescrever a Equação (F.1) numa forma mais familiar à sistemas microscópicos, em específicos sistema com graus de liberdades de quarks, deste modo

$$\sum_i (\mathcal{E}_i + P_i) = \sum_f \mu_f \rho_f , \quad (\text{F.2})$$

onde podemos escrever o potencial químico dos quarks como uma combinação linear dos potenciais químicos bariônico (μ_B), de isospin (μ_I) e de estranheza (μ_S), assim

$$\mu_f = \mu_B B + \mu_S S + \mu_I I , \quad (\text{F.3})$$

onde B , S e I são respectivamente os números bariônico, estranheza e isospin para o quark f . Podemos usar a Equação (F.3) para escrevermos os potenciais químicos dos quarks u , d e s em termos de μ_B , μ_I e μ_S , tal que

$$\mu_u = \frac{\mu_B}{3} + \frac{\mu_I}{2} , \quad (\text{F.4})$$

$$\mu_d = \frac{\mu_B}{3} - \frac{\mu_I}{2} , \quad (\text{F.5})$$

$$\mu_s = \frac{\mu_B}{3} - \mu_S , \quad (\text{F.6})$$

Como neste trabalho estamos considerando $\mu_I = \mu_S = 0$, assim os últimos termos das Equações (F.4), (F.5) e (F.6) são nulos, tornando os potenciais químicos dos quarks idênticos. Desse modo, podemos definir o assim chamado regime de matéria simétrica de

quarks, como

$$\mu_u = \mu_d = \mu_s = \mu , \tag{F.7}$$

onde μ é o potencial químico comum aos quarks *up*, *down* e *strange*.

Apêndice G - Simetria de centro $\mathbb{Z}(N_c)$

Neste apêndice mostraremos como a simetria de centro ($\mathbb{Z}(N_c)$) é definida e como se relaciona ao confinamento/desconfinamento dos quarks. Primeiramente observado por Gerardus 't Hooft, a simetria que distingue o confinamento do desconfinamento é a simetria de centro $\mathbb{Z}(N_c)$, subgrupo da simetria $SU(N_c)$ ('t HOOFT, 1979; 't HOOFT, 1978).

Fazemos a distinção entre as fases do confinamento e do desconfinamento a partir da “carga de centro” na que a partícula carrega. Assim, os glúons se transformam de acordo com a simetria $SU(N_c)$ e são “neutros” frente a $\mathbb{Z}(N_c)$. Já um único quark que se transforma na representação fundamental de $SU(N_c)$ e têm uma “unidade de carga” de $\mathbb{Z}(N_c)$, enquanto que um número n de quarks (que formam um bárion) são juntos neutros frente a $\mathbb{Z}(N_c)$. Na teoria de Yang-Mills a fase confinada é caracterizada por uma carga de centro não nula, por exemplo, assim como teríamos para um único quark (HOLLAND; WIESE,).

Considerando um sistema invariante de *gauge*, ou seja, descrito puramente por bósons. Desse modo, por exemplo, trataremos a QCD como uma teoria que somente contenha glúons, descritos pelo campo A_μ (HOLLAND; WIESE,). Tal campo se transforma da seguinte maneira

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = U(A_\mu + i\partial_\mu)U^\dagger, \quad (\text{G.1})$$

sendo U a transformação local de *gauge* pertencente ao grupo $SU(N_c)$. Em temperatura finita os campos gluônicos devem satisfazer as condições de contorno (KAPUSTA; GALE, 2006)

$$A_\mu(0) = A_\mu(\beta) \quad (\text{G.2})$$

e

$$A'_\mu(0) = A'_\mu(\beta). \quad (\text{G.3})$$

Assim toda quantidade física também deve obedecer estas transformações, ou seja, devemos assumir que U também é invariante frente as transformações (G.2) e (G.3). En-

tretanto, em adição a essas transformações U deve obedecer a condição de periodicidade dada por

$$U(0) = U(\beta) . \quad (\text{G.4})$$

Quando estas transformações são aplicadas a um potencial vetorial estritamente periódico A_μ

$$\begin{aligned} A'_\mu(0) &= U(0)(A_\mu(0) + i\partial_\mu)U^\dagger(0) = U(\beta)(A_\mu(\beta) + i\partial_\mu)U^\dagger(\beta) \\ A'_\mu(0) &= A'_\mu(\beta) . \end{aligned} \quad (\text{G.5})$$

Outra maneira de preservar as condições de contorno (G.3) é admitir que U satisfaça a seguinte relação

$$U(0) = zU(\beta) , \quad (\text{G.6})$$

sendo que z deve comutar com todas as matrizes do grupo de *gauge*, isto é, deve pertencer ao centro de $\mathbb{Z}(N_c)$ de $SU(N_c)$ (HUANG, 1992), com

$$z = e^{2\pi ik/N_c} , \quad (\text{G.7})$$

para $k = 1, 2, 3, \dots, N_c$. Sob a transformação (G.6) e usando (G.2), temos que

$$\begin{aligned} A'_\mu(0) &= U(0)(A_\mu(0) + i\partial_\mu)U^\dagger(0) = zU(\beta)(A_\mu(\beta) + i\partial_\mu)z^*U^\dagger(\beta) \\ &= e^{2\pi ik/N_c}e^{-2\pi ik/N_c}U(\beta)(A_\mu(\beta) + i\partial_\mu)U^\dagger(\beta) \\ &= U(\beta)(A_\mu(\beta) + i\partial_\mu)U^\dagger(\beta) \\ &= A'_\mu(\beta) . \end{aligned} \quad (\text{G.8})$$

Definimos como sistemas que realizam a simetria de centro aqueles nos quais os campos (bosônicos ou fermiônicos), submetidos às transformações de *gauge* que obedecem à Equação (G.6), permanecem satisfazendo às condições de contorno periódicas ou anti-periódicas. Para o caso específico de tratarmos somente campos bosônicos, assim como fizemos até o momento para os glúons, a simetria é realizada. Conectando isto ao laço de Polyakov, temos como consequência direta que a quantidade Φ deixa de ser invariante frente a $\mathbb{Z}(3)$, uma vez que passa a se transformar através de

$$\Phi = z\Phi , \quad (\text{G.9})$$

que somente pode ser verificado no caso em que $\Phi = 0$. Esse resultado é obtido assumindo, de uma forma geral, que o laço de Wilson comporta-se, como uma transformação de

gauge (ROTHER, 2012), de modo que

$$\hat{L}' = U(x_1)\hat{L}U^\dagger(x_2) , \quad (\text{G.10})$$

para

$$\hat{L} = \mathcal{P} \exp \left[\int_{x_1}^{x_2} dx_\mu A_\mu \right] . \quad (\text{G.11})$$

Como já discutido anteriormente, o valor nulo para Φ corresponde à fase confinada dos quarks. Já a fase totalmente desconfiada é indicada por $\Phi = 1$. Assim, podemos afirmar que o fenômeno do confinamento/desconfinamento está atrelado a realização da simetria de centro ($\mathbb{Z}(3)$) da teoria. A íntima relação entre o laço de Polyakov, a simetria $\mathbb{Z}(3)$ e a transição de fase do confinamento/desconfinamento levou à ideia de que o comportamento crítico de toda a teoria $SU(3)$ pode ser reduzido a descrição da simetria $\mathbb{Z}(3)$ (GREINER *et al.*, 2007). Para o caso que $\Phi \neq 0$, temos que a simetria de centro é espontaneamente quebrada. Assim podemos tratar Φ como um parâmetro de ordem para a transição do confinamento/desconfinamento.

Apêndice H - Oito caminhos que levam aos quarks: uma breve história dos quarks

Neste apêndice iremos contar um pouco dos acontecimentos que culminaram na proposta dos quarks inspirados pela referência (ZWEIG, 1980), na qual o físico George Zweig descreve brevemente seu caminho trilhado até a sua proposta dos quarks em 1964 na referência (ZWEIG, 1964).

O modelo de quark teve dois claros e independentes nascimentos, quase gêmeos pela proximidade das datas de publicações de cada artigo. Um deles foi pelas mãos de Murray Gell-Mann (GELL-MANN, 1964) e o outro por George Zweig (ZWEIG, 1964). O início da história do modelo de quarks não tem um claro começo, mas um possível ponto de partida foi o artigo de Fermi e Yang de 1949 (FERMI; YANG, 1949), no qual discutia a possibilidade do recente descoberto méson π não ser uma partícula fundamental, mas sim um composto nucleon-antinucleon. Até então o antipróton havia sido descoberto. Mas a primeira vista, este trabalho foi tido como errado por muitos da comunidade, uma vez que a interação entre o próton e antipróton não era forte o suficiente para formar um pión não massivo. O modelo de Sakata estendeu essas ideias em 1955 após o descobrimento da estranheza (SAKATA, 1956). O tratamento assimétrico dos bárions Λ , Σ e Ξ , que experimentalmente são muito similares, era pouco crível.

Quatro anos depois (em 1961) de Sakata propor seu modelo, os físicos Ikeda, Ogawa e Ohnuki estudaram a simetria de Sakata no limite que o próton, o nêutron e o bárion Λ tinham massas iguais (IKEDA *et al.*, 1959). Após este artigo a classificação dos bárions ficou mais complicada ainda. Entretanto, eles conseguiram prever o η , nunca antes citado por dados experimentais. Eles ainda deram um espectro do que agora é chamado de “exóticos” (IKEDA *et al.*, 1960; GELL-MANN, 1962). Percebendo que a classificação dos bárions proposta por Ikeda, Ogawa e Ohnuki continha alguns problemas, Gell-Mann propôs correções na classificação usando dados do síncrotron da Caltech. Surge então um dos artigos que foi responsável pela proposta dos quarks, o famoso modelo *eightfold*

way (GELL-MANN, 1961). Os relatórios do síncrotron continham tabelas que associavam os bárions a sistemas compostos de léptons e bósons com número bariônico igual a um.

A proposta de Gell-Mann para a formação dos bárions tinha algumas falhas. Assumia-se que os bárions eram formados por estados acoplados de léptons e bósons pesados, que não demonstravam acoplamentos de forças fortes. Os bósons pesados carregavam número bariônico igual a 1 e número leptônico igual a -1. Estes nunca foram encontrados pelos experimentos. Agora o modelo de Sakata é somente um interesse histórico. Mas após isto Gell-Mann deu um passo na direção certa, ele propôs que as interações fortes são descritas pelo grupo SU(3) (GELL-MANN, 1961). Yuval Ne'eman chegou a esta conclusão de forma similar (NE'EMAN, 1961). Esta foi a primeira das resoluções do problema dos bárions. A segunda foi a descoberta dos quarks. Mesmo após alguns anos da proposta das interações fortes pertencerem ao grupo de simetria SU(3), ainda existiam tentativas de explicar as interações fortes através de grupos unitários como o grupo C_2 , G_2 e B_2 (BEHRENDTS *et al.*, 1962).

Mesmo com aceite do grupo SU(3) como simetria para as interações fortes, o problema de atribuir ressonâncias a representações irredutíveis desse grupo levava a erros frequentes. A enorme quebra de simetria encontrada nas constantes de acoplamento hadrônico levou a uma classificação errônea da famosa $N^*(3/2^+)$ e seus parceiros (GLASHOW; SAKURAI, 1962). Dificuldades em entender as manifestações de uma mudança na corrente vetorial de estranheza parcialmente conservada, levaram Nambu e Sakurai a argumentar que pelo menos uma partícula não deveria sequer estar em uma representação irredutível do grupo SU(3) (NAMBU; SAKURAI, 1963). Oakes e Yang, argumentaram que a quebra de simetria para gerar massa não poderia ser usada para classificar os hádrons (OAKES; YANG, 1963).

Enquanto isso, as atenções teóricas da física de altas energias se voltavam para as teorias de dispersão, polos de Regge e o modelo de *bootstrap*. A descoberta das ressonâncias dos mésons foi de grande interesse, uma vez que foi prevista a partir de uma teoria de dispersão (ZACHARIASEN, 1961). Assim criou-se a esperança que essas técnicas pudessem determinar simetrias e os desvios dessas simetrias (ABERS *et al.*, 1963; CUTKOSKY; TARJANNE, 1963).

Um dos pontos disruptivos para a proposta dos quarks foi a descoberta do méson ϕ (CONNOLLY *et al.*, 1963). Suas propriedades deram “pistas” sobre a real constituição dos hádrons. Entretanto, o decaimento e a suposta composição (suposta de maneira teórica) do méson ϕ tornavam inviável ter os resultados obtidos para o decaimento de ϕ , mesmo que este tenha sido demonstrado. Após uma análise profunda e de muitos cálculos, Zweig reparou que o provável constituinte do bárion tinha 1/3 do número bariônico da partícula. Da mesma maneira ele reparou que o constituinte carregava uma fração da carga da partícula. Assim Zweig propôs que os hádrons eram formados por “aces” (ZWEIG, 1964). Pouco antes Gell-Mann havia proposto os quarks (GELL-MANN, 1964). A partir daqui

surgiram diversos outros trabalhos na área e em 1968 os quarks tiveram sua existência comprovada, isto culminou no surgimento da cromodinâmica quântica.

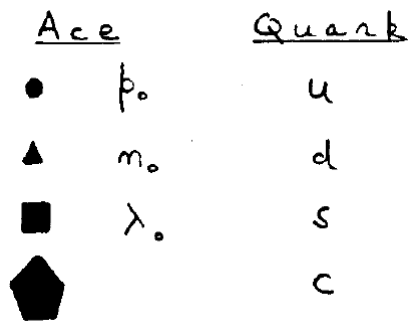


FIGURA H.1 – Representação dos aces e dos quarks lado a lado. Figura retirada da referência (ZWEIG, 1980).

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TD	2. DATA 30 de novembro de 2022	3. REGISTRO Nº DCTA/ITA/TD-047/2022	4. Nº DE PÁGINAS 177
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Efeitos do confinamento em modelos fenomenológicos de quarks no regime de temperatura nula			
6. AUTOR(ES): Odilon Ardizzon Mattos			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Cromodinâmica quântica, temperatura nula, modelos fenomenológicos, modelo PNJL0, laço de Polyakov, transição de fases, confinamento/desconfinamento de quarks, simetria quirial, fase quarkônica, quarks, estrelas híbridas compactas			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Transição de fases; Cromodinâmica quântica; Quarks; Confinamento (física de partículas); Física de partículas; Física			
10. APRESENTAÇÃO: <input checked="" type="checkbox"/> Nacional <input type="checkbox"/> Internacional ITA, São José dos Campos. Curso de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Física. Área de Física Nuclear. Orientador: Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho. Defesa em 17/11/2022. Publicada em 2022.			
11. RESUMO: O modelo Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL) é um modelo fenomenológico da QCD, que incorpora a dinâmica do desconfinamento dos quarks no modelo Nambu-Jona-Lasinio (NJL) em temperatura finita através do laço de Polyakov (Φ). Porém, em temperatura nula o modelo PNJL perde toda a dinâmica provida por Φ e suas equações se reduzem às mesmas do modelo NJL. A fim de contornar este problema, propomos o modelo Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio em temperatura nula (PNJL0) em SU(2), que inclui a dinâmica do confinamento/desconfinamento a partir da modificação das constantes de acoplamento escalar e vetorial, convertidas em funções dependentes de Φ com a imposição de que todas as interações desapareçam na fase desconfinada ($\Phi = 1$). Deste modo, as interações advindas dos quarks influenciam diretamente no setor de glúons, o que fornece o efeito de <i>back-reaction</i> do setor de quarks no de glúons mesmo em temperatura nula. Com intuito de tornar mais realístico o estudo da fenomenologia da QCD, propomos também neste trabalho a extensão do modelo PNJL0 para o caso de três sabores, no qual implementamos a dependência de Φ na constante de acoplamento de 't Hooft, juntamente com as constantes escalar e vetorial. Estudamos a termodinâmica do modelo PNJL0 SU(3) com foco nas transições de fases de primeira ordem do confinamento/desconfinamento, no qual Φ é o parâmetro de ordem. Mostramos que para o caso da matéria simétrica de quarks ocorre uma forte redução no valor da massa constituinte do quark estranho exatamente no potencial químico associado à transição de fases do confinamento/desconfinamento, indicando que o surgimento de soluções de $\Phi \neq 0$ favorece a restauração da simetria quirial, mesmo para o quark <i>s</i> . Verificamos também que o canal vetorial exerce um papel importante no modelo PNJL0 e na construção dos diagramas de fase da matéria fortemente interagente. Também investigamos o comportamento da fase quarkônica em $T = 0$ mostrando os efeitos causados pela variação dos parâmetros livres do modelo. Por fim, modelamos estrelas híbridas compactas utilizando o modelo PNJL0 juntamente com um modelo hadrônico relativístico de campo médio e comparamos os resultados obtidos com dados observacionais.			
12. GRAU DE SIGILO: <input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO <input type="checkbox"/> RESERVADO <input type="checkbox"/> SECRETO			